

LEÇONS ÉLÉMENTAIRES D'OPTIQUE.

*Par M. l'Abbé DE LA CAILLE, de l'Académie
Royale des Sciences, de celles de Prusse, de Suède,
& de l'Institut de Bologne; Professeur de
Mathématiques au Collège Mazarin.*

Nouvelle Edition, revûe, corrigée & augmentée.



A P A R I S ,

Chez H. L. GUERIN & L. F. DELATOUR,
rue S. Jacques, à S. Thomas d'Aquin.

M. DCC. LVI.

Avec Approbation & Privilège du Roi.



AVERTISSEMENT.

L'OPTIQUE est celle des Sciences Physico-mathématiques dont plus de personnes sont à portée de reconnoître l'utilité & les agrémens. Dans tous les états de la vie & de la société, on a si souvent occasion d'admirer le jeu merveilleux de la lumière, l'importance & la réalité des secours que nous procurent les instrumens d'Optique, pour étendre notre vûe, & pour suppléer à ses défauts, que le plus stupide ne peut s'empêcher de témoigner le regret qu'il a de ne pouvoir connoître les raisons de tant d'effets, si variés, si frappans, d'une utilité si palpable & si immense.

Ma profession m'impose le devoir d'expliquer les principales parties des Mathématiques; mais l'usage & la forme de mes exercices m'obligent de m'en tenir aux principes seulement. J'ai donc tâché de mettre ici tous ceux qui sont absolument nécessaires; j'ai évité les discussions Physiques, les descriptions des instrumens & des machines, & tous les autres détails qui n'appartiennent proprement qu'à la Physique expérimentale.

J'ai ajouté dans cette Édition un Traité de Perspective. Nous avons sur cette partie de l'Optique un bien plus grand nombre de livres que sur toutes

les autres, mais aucun que je sache n'en renferme les principes d'une maniere assez générale. On ne trouve communément que des pratiques vagues, obscurément énoncées, sans ordre & sans démonstration. Les explications des principes que je donne dans celui-ci, & les méthodes de pratique que j'y rapporte, sont dans un style un peu moins serré que celui dont je me sers ordinairement, parce qu'il ne s'agit pas dans ce Traité d'une théorie qu'on puisse développer dans des Leçons, & se rendre familiere par la réflexion & par l'étude; mais d'un Art qui demande un long exercice de la regle & du compas, guidés par une méthode qui ne soit susceptible d'aucun cas embarrassant.





LEÇONS ÉLÉMENTAIRES D'OPTIQUE.

I. **L**'OPTIQUE est une science Physico-mathématique, qui traite de la Lumière & de la Vision.

2. La lumière peut venir de l'objet à l'œil en trois manières, 1°. ou directement, & sans aucun détour, 2°. ou après s'être brisée ou réfractée, 3°. ou après s'être réfléchie. On appelle *Optique proprement dite*, la partie qui traite de la Vision faite par une lumière venue directement. On appelle *Dioptrique*, la partie qui traite de la Vision faite par une lumière réfractée ou brisée, & *Catoptrique*, la partie qui traite de la Vision faite par une lumière réfléchie.

3. *La Perspective* est encore une science optique. C'est l'art de représenter sur une surface donnée les objets tels qu'ils paroissent, étant vûs d'un point donné.

4. On appelle *milieu*, un espace que la lumière doit traverser. Cet espace peut être ou absolument vuide, ou rempli d'une matière de telle nature, qu'elle n'apporte aucun obstacle au mouvement de la lumière; & alors on l'appelle un *milieu libre*; ou bien il peut être rempli de quelque matière au travers de laquelle la lumière puisse passer avec

plus ou moins de facilité, & alors on l'appelle un *milieu diaphane*. Si cette matière est par-tout la même, on l'appelle *milieu homogène*; si cette matière est composée de parties de différente nature on l'appelle *milieu hétérogène*.

Un milieu diaphane est plus ou moins *dense*, selon qu'il contient, sous un même volume, plus ou moins de matière capable d'arrêter ou de détourner la lumière.

PREMIERE PARTIE.

De l'Optique proprement dite.

ARTICLE PREMIER.

Des Principes sur lesquels les démonstrations de l'Optique sont fondées.

5. **L**Es Principes qui servent de fondement à l'Optique ne se tirent que de l'expérience. Ce sont des faits dont tous les Physiciens conviennent. On peut les déduire tous en examinant les circonstances de l'Expérience suivante.

Fermez une chambre de tous côtés, de sorte que la lumière n'y puisse entrer par aucune ouverture, si ce n'est par un très-petit trou. Alors, si le tems est serein, vous verrez sur les murs de la chambre (que je suppose polis & blanchis) tous les objets de dehors exposés à ce trou, peints avec toutes leurs couleurs (quoique foibles). Les peintures des objets fixes, comme des arbres, des maisons, paroîtront fixes. Celles des objets en mouvement, comme des hommes, des chevaux, paroîtront en mouvement. Il est vrai que tout paroîtra dans une situation renversée, ce qui vient de ce que les rayons de lumière se croisent en passant par le petit trou, comme on l'expliquera plus au long dans la

Dioptrique & la Catoptrique. Si le Soleil donne sur le trou, on verra un rayon lumineux qui ira en ligne droite se terminer sur la muraille, ou sur le plancher. Si on met l'œil sur ce rayon, on verra que l'œil, le trou & le soleil sont dans une même ligne droite : il en est de même des autres objets peints dans la chambre. Les images des objets reçus sur un même plan sont d'autant plus petites que les objets sont plus éloignés du trou. Nous examinerons dans la suite les autres circonstances de cette expérience qui représente ce qui se passe dans notre œil, lorsque nous voyons les objets qui nous environnent ; en attendant, on en peut déduire les faits suivants.

6. I. *La Lumière tend toujours à aller en ligne droite.*

7. II. *Un point quelconque d'un objet lumineux, peut être vu de tous les lieux auxquels une droite tirée de ce point peut aboutir sans rencontrer d'obstacle.* Puisque la peinture d'un objet en mouvement est toujours visible dans la chambre obscure, tant que l'objet est exposé au trou.

8. III. *Il fuit de là qu'un point lumineux envoie de la lumière en tout sens. Il est le centre d'une sphere de lumière qui s'étend indéfiniment de tous côtés.* Et si on conçoit que quelques-uns de ces rayons de lumière soient interceptés par un plan, le point lumineux devient le sommet d'une pyramide de lumière, dont le corps est formé par l'amas de ces rayons, & dont la base est le plan qui les arrête.

9. IV. *L'image de la surface d'un objet qui se peint sur la muraille, est aussi la base d'une pyramide de lumière, dont le sommet est au trou de la chambre obscure : les rayons qui forment cette pyramide en forment une autre semblable, & opposée en se croisant dans le trou qui en est le sommet, & la surface de l'objet en est la base.*

10. V. *Les particules de lumière sont extrêmement fines :* puisque les rayons qui viennent de chacun des points visibles de tous les objets exposés au trou de la chambre obscure, passent par une ouverture extrêmement petite, sans s'embarrasser sensiblement ni se confondre.

ARTICLE II.

Des propriétés générales de la Lumière.

11. I. PROP. *D*ans un milieu libre la force & l'intensité de la lumière qui se propage par des rayons parallèles , sont toujours constantes.

Car dans un milieu libre , il n'y a rien qui fasse obstacle au mouvement de la lumière , rien qui l'empêche d'agir de la même manière ; rien qui diminue sa vitesse , ni qui change sa direction.

12. II. PROP. *D*ans un milieu libre , la force & l'intensité de la lumière qui se propage par des rayons qui partent d'un même point , ou qui concourent en un même point , sont en raison inverse des quarrés des distances à ce point.

Car les écarts de deux rayons de lumière qui partent d'un même point , sont toujours proportionnels à leurs distances à ce point , (puisque les écarts de deux mêmes rayons forment des bases parallèles de triangles isosceles , dont ces deux rayons sont les côtés). Supposons donc qu'ayant intercepté d'abord par un plan un certain nombre de ces rayons à une certaine distance du point de réunion , on recule ensuite ce plan à une distance double , puis triple , quadruple , &c. Les écarts des rayons seront entr'eux comme 1 , 2 , 3 , 4 , &c. (qui est le rapport des distances au point de réunion) , & chaque dimension de la base de chaque pyramide lumineuse qu'on formera ainsi successivement , fera dans le même rapport. Donc (Elem. 608.) les surfaces de chacune de ces bases seront comme 1 , 4 , 9 , 16 , &c. De sorte que le même nombre de rayons se trouvant distribué successivement sur des surfaces qui sont entr'elles comme les quarrés des distances au point de concours des rayons , la force de la lumière qu'ils formeront diminuera dans la même proportion. Car en prenant

sur la surface de chacune de ces bases une aire égale à la surface de la première base, on voit que la quantité de lumière sur cette aire ou portion prise dans la seconde base, n'est que le quart de ce qu'elle étoit sur la première base : elle n'est que le neuvième sur la troisième base, & le seizième sur la quatrième, &c.

13. D'où on voit qu'à mesure que la lumière s'écarte d'un point lumineux, sa force suit cette série $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25},$ &c.

14. REM. Quoique la force de la lumière décroisse aussi rapidement en s'éloignant de son origine, cependant l'éclat d'un même corps lumineux vu à une distance quelconque dans un milieu parfaitement libre, & avec une même ouverture de prunelle, est constant. Car cet éclat dépend de la densité des rayons qui forment l'image dans l'œil, comme on l'expliquera dans l'Article IV. suivant. Or si ayant placé l'œil à une certaine distance de l'objet, on le place ensuite à une distance double, l'image, dans ce second cas, occupe dans le fond de l'œil un espace qui n'a plus que la moitié de la longueur & de la largeur de celui qu'occupoit la première image, & qui n'en est par conséquent que le quart : mais aussi l'œil ne reçoit plus que le quart de la lumière qu'il recevoit dans le premier cas. Donc les rayons de lumière sont aussi denses dans cette seconde image que dans la première; donc l'éclat de l'objet est le même.

15. Il est vrai que selon l'expérience, les mêmes objets paroissent d'autant plus obscurs qu'ils sont plus éloignés, & qu'enfin ils cessent d'être visibles; mais ils ne deviennent obscurs que parce que nous ne pouvons voir les objets qu'au travers de l'air, qui est un milieu assez dense, surtout vers la surface de la terre, & qui fait dissiper une quantité prodigieuse de rayons dans l'intervalle de l'objet à notre œil; puisque, selon les expériences & les calculs de M. Bouguer, 189 toises d'intervalle horizontal, qui font $\frac{1}{12}$ de lieue commune, font perdre la 100^e partie de la lumière, & 7469 toises ou 3 lieues $\frac{1}{4}$, en dissipent le tiers. (Essai d'Opt. pag. 76. & 80.) Et ils ne cessent d'être visibles que parce que les images en diminuant de grandeur,

ébranlent un moindre nombre de filets nerveux de l'œil ; & qu'enfin elles deviennent trop petites pour faire une impression sensible.

16. III. PROP. *La densité d'un milieu diaphane , uniformément dense , fait décroître selon une progression géométrique l'intensité de la lumière qui se propage par des rayons quelconques.*

DEM. Supposons que la densité uniforme d'un milieu , par exemple , d'un morceau de glace , consiste en ce que le nombre des petites parties solides de cette glace , qui arrêtent la lumière au passage , fasse la $\frac{1}{n}$ eme partie du volume de la glace. Supposons encore que cette glace soit divisée dans son épaisseur en tranches égales chacune en épaisseur au diamètre de ces parties solides , que je suppose égales entr'elles , il est clair que si un faisceau de rayons de lumière disposés comme on voudra & appelés 1 , vient à tomber sur cette glace , la $\frac{1}{n}$ eme partie de ces rayons sera arrêtée au passage de la première tranche , de sorte qu'il n'en sortira que $1 - \frac{1}{n}$ ou $\frac{n-1}{n}$, & parce que la seconde tranche est homogène & égale à la première , elle arrêtera de même la $\frac{1}{n}$ eme partie des rayons qui s'y présenteront , c'est-à-dire , de $\frac{n-1}{n}$; laquelle partie est $\frac{n-1}{nn}$: donc il n'en sortira que $\frac{n-1}{n} - \frac{n-1}{nn} = \frac{nn - 2n + 1}{nn} = \frac{(n-1)^2}{n^2}$: on prouvera de même qu'il ne sortira de la troisième tranche que $\frac{(n-1)^3}{n^3}$, de la quatrième que $\frac{(n-1)^4}{n^4}$, &c. ce qui est évidemment en progression géométrique.

17. IV. PROP. *Dans un milieu diaphane & d'une densité uniforme , l'intensité de la lumière qui diverge d'un point lumineux pris dans ce milieu , décroît selon cette série , $\frac{n-1}{n}$, $\frac{(n-1)^2}{4n^2}$,*

$\frac{(n-1)^3}{9n^3}$, $\frac{(n-1)^4}{16n^4}$, $\frac{(n-1)^5}{25n^5}$, &c. dans laquelle n exprime la portion des rayons de lumière que la densité du milieu arrête à chaque intervalle égal des distances au point lumineux.

Car (13) au bout de chaque intervalle égal de distance en vertu de la divergence, l'intensité de la lumière est comme 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{25}$, &c. & en vertu de la densité uniforme du milieu, elle est comme $\frac{n-1}{n}$, $\frac{(n-1)^2}{n^2}$, $\frac{(n-1)^3}{n^3}$, $\frac{(n-1)^4}{n^4}$, &c.

18. Par exemple, de ce que à 189 toises de distance, la lumière perd $\frac{1}{100}$ de ses rayons, à cause de la densité de l'air, il suit que l'intensité de la lumière par laquelle on voit un objet à $\frac{1}{12}$ de lieue de distance, est à celle par laquelle on le voit à $\frac{1}{3}$ de lieue ou à 756 toises de distance, réciproquement comme $\frac{96019601}{1600000000}$ à $\frac{99}{100}$, ou à très-peu près, comme 33 à 2.

19. REM. I. Comme la lumière qui nous vient des astres traverse l'atmosphère d'air qui environne la terre de toutes parts, il s'en perd d'autant plus de rayons, que cette lumière doit faire un plus long trajet dans cet atmosphère : or ce trajet est d'autant plus long, que le rayon vient plus obliquement à nous. Soit ABC, (Fig. 1.) un arc de la circonférence de la terre, *abc* un arc concentrique, qui est l'extrémité de l'atmosphère d'air, lequel ne s'étend guère que de quelques lieues au-dessus de nous. Soit DB un rayon de lumière qui vient du Zénith perpendiculairement à l'horizon d'un observateur placé en B. Soit EB, un rayon qui vient obliquement, & FB un rayon qui vient horizontalement ; on voit évidemment que celui qui vient perpendiculairement n'a précisément que l'épaisseur *b* B de l'atmosphère à traverser ; que le rayon oblique EB en a une portion GB plus grande que *b* B, mais que le rayon horizontal FB a le plus grand trajet HB à faire : d'où il suit que la lumière des astres est la plus foible, lorsqu'ils paroissent à l'horizon ; qu'elle augmente à mesure qu'ils s'élèvent au-dessus de l'horizon, & qu'elle est la plus vive lorsqu'ils passent au Zénith.

20. Par un calcul fondé sur ses expériences, M. Bouguer trouve que de 10000 rayons qui partant d'un astre viendroient jusqu'à notre œil, s'ils ne rencontroient pas notre atmosphere, il n'y en arrive réellement qu'autant qu'il est marqué dans la Table suivante.

Dégrés de hauteur apparente.	Nombre des Rayons	Dégrés de hauteur apparente.	Nombre des Rayons.	Dégrés de hauteur apparente.	Nombre des Rayons.
0	5	8	2423	30	6613
1	47	9	2797	35	6963
2	192	10	3149	40	7237
3	454	11	3472	50	7624
4	802	12	3773	60	7866
5	1201	15	4551	70	8016
6	1616	20	5474	80	8098
7	2031	25	6136	90	8123

21. REM. II. M. Bouguer a fait voir par des expériences, 1^o. que la lumière du Soleil est environ trois cens mille fois plus forte que celle de la Lune lorsqu'elle est pleine, & qu'elle est au milieu entre sa plus grande & sa plus petite distance de la Terre. II^o. Que la lumière du Soleil n'est plus sensible, lorsqu'elle est diminuée 1000000000000 fois; en sorte qu'un corps est véritablement opaque, lorsqu'il ne laisse passer que la 1000000000000^{me} partie de la lumière du Soleil.

22. REM. III. Une autre propriété de la lumière que les observations astronomiques ont fait connoître, c'est que la propagation de la lumière se fait avec une extrême vitesse, en sorte qu'elle n'est qu'environ 8 minutes de tems à venir du Soleil jusqu'à nous, c'est-à-dire, à parcourir 27500000 lieues: d'où il suit que nous ne voyons presque jamais rien dans le ciel qui soit actuellement dans son vrai lieu; parce que chaque astre avance dans son orbite pendant le tems que la lumière qu'il nous envoie, parcourt l'espace compris entre lui & notre œil. Et parce que notre œil est lui-même entraîné par la révolution de la terre autour du Soleil, il en arrive

une complication d'apparences, qui nous font rapporter les astres ailleurs qu'à l'endroit où ils sont réellement. Le détail de ces effets fait l'objet d'une partie considérable de l'Astronomie moderne. On l'appelle la *Théorie de l'aberration de la lumière*.

23. V. PROP. Si les rayons de lumière partant d'un point, passent par un trou dans une chambre obscure, & sont reçus sur un plan parallèle à celui du trou, ils formeront sur ce plan une figure semblable à celle du trou, d'autant plus grande qu'elle sera plus éloignée du trou.

Car alors le point lumineux est le sommet d'une pyramide de lumière dont les faces sont déterminées par les rayons qui rasent les côtés du trou, & dont la base est la surface du trou, au-delà de ce trou les rayons vont encore en s'écartant de plus en plus en dedans de la chambre obscure : si donc on les reçoit sur un plan parallèle à ce trou, on coupe alors la Pyramide ainsi prolongée par un plan parallèle à sa base, & par conséquent la figure lumineuse sera semblable à celle du trou, & d'autant plus grande qu'elle en sera plus éloignée.

24. Il est clair par la nature de la pyramide, que si on présente le plan obliquement à celui du trou, la figure lumineuse doit avoir autant de côtés que le trou, mais elle ne doit pas lui être semblable, elle doit être plus allongée.

25. On voit encore que cette figure lumineuse n'est autre chose qu'un amas d'autant d'images du point lumineux, qu'il y a de points dans la surface du trou.

26. VI. PROP. Lorsque la lumière du Soleil ou de la pleine Lune passe par un petit trou d'une figure quelconque, si on la reçoit sur un plan parallèle à celui du trou & fort proche, on aura une figure lumineuse semblable à celle du trou ; mais si on la reçoit à une distance considérable, on aura une figure lumineuse sensiblement circulaire.

Car la surface du trou est composée d'une infinité de points qui sont comme autant de petits trous contigus, par chacun desquels passent des rayons de lumière qui viennent de tous les points du disque du Soleil. Chaque point

de la surface du trou est donc le sommet d'un cône lumineux dont la base est le disque du Soleil ; l'axe est le rayon qui vient du centre du disque à ce point , & l'angle formé au sommet de ce cône par les deux apothèmes opposés , est de 32 minutes ; les rayons de lumière passant au-delà du trou , & s'y croisant , forment un autre cône lumineux qui a le même sommet , le même axe & le même angle au sommet , mais qui s'étend indéfiniment au-delà du trou , à l'opposite du Soleil. Et comme la largeur du trou est infiniment petite à l'égard de sa distance au Soleil , les axes de tous ces cônes sont tous parallèles entr'eux. Or à cause de la petitesse de l'angle au sommet de chaque cône , les apothèmes sont sensiblement confondus avec leurs axes à peu de distance du trou. Donc un plan posé tout auprès du trou , ne reçoit la lumière du Soleil que comme s'il n'y avoit que les axes seuls , lesquels étant parallèles entr'eux , sont arrangés dans le même ordre que tous les points de la surface du trou ; & par conséquent la figure lumineuse doit être sur ce plan semblable à la figure du trou. Mais quand on éloigne le plan , les apothèmes des cônes lumineux commencent à s'écarter sensiblement des axes ; les cônes deviennent sensiblement ouverts , de sorte qu'à une distance considérable du trou , la figure lumineuse est composée de toutes les bases de ces cônes , qui sont des cercles. Les centres de ces cercles déterminés par la rencontre des axes des cônes , sont à la vérité arrangés sur le plan de la même manière & à la même distance les uns des autres que les points de la surface du trou ; mais leurs circonférences sont confondues les unes dans les autres , & forment par conséquent une figure à peu près circulaire , comme on voit celle des sept cercles (Fig. 2) dont les centres sont A , B , C , D , E , F , G , & forment un heptagone irrégulier.

27. REM. I. Tant que les dimensions du trou ne différeront pas beaucoup entr'elles , la figure lumineuse sera sensiblement circulaire. Si la figure du trou est oblongue , comme si c'étoit celle d'un parallélogramme , la figure lumineuse paroîtra aussi comme un parallélogramme arrondi

ou terminé en demi-cercle par les deux bouts opposés. En général toutes les figures lumineuses causées par le Soleil ou par la Lune, auront toujours leurs angles arrondis à une certaine distance.

28. II. Si le plan n'est pas parallèle à celui du trou, la figure lumineuse sera ovale, parce que les bases de tous les cônes de lumière deviendront des ellipses.

29. III. Si on bouche une partie du trou, ce qui changera la figure du trou, celle de l'image lumineuse ne changera pas; elle deviendra seulement plus foible de lumière & plus petite.

30. IV. C'est pour cela que lorsqu'on se promène sous une avenue de hauts arbres éclairés du Soleil, & dont l'ombrage est assez épais, tel qu'est celui des maronniers d'Inde, on voit sur le terrain des cercles de lumière qui répondent aux endroits entre lesquels le Soleil a pu pénétrer.

31. COROLL. *S'il y a plusieurs petits trous voisins les uns des autres, par exemple, trois, par où la lumière du Soleil entre dans une chambre obscure, on verra d'abord à une certaine distance trois cercles lumineux; à mesure qu'on éloignera le plan, ces trois cercles s'aggrandiront sans que leurs centres se rapprochent ni s'écartent; puis ils se toucheront, enfin ils se confondront pour toujours en un seul, qui paroîtra de plus en plus rond & grand.*

ARTICLE III.

Des Propriétés des Ombres.

32. I. **U**N corps opaque éclairé en partie, jette une ombre
 PROP. terminée par des lignes droites, & précisément opposée à la lumière.

Car la lumière se propage (6) toujours en ligne droite, & les rayons de lumière qui rasent les extrémités des corps terminent l'ombre qui reste derrière les corps.

33. II. PROP. *L'Ombre d'un Corps éclairé produit une obs-*

curité d'autant plus sensible ou plus noire, que la lumière qui éclaire la partie opposée est plus forte.

Car alors le contraste de la lumière qui avoisine l'ombre en doit être d'autant plus sensible.

34. REM. Lorsqu'un même corps est éclairé par plusieurs lumières différentes, situées cependant à peu près du même côté, il jette à l'opposite autant d'ombres différentes, lesquelles se confondent en partie vers le pied de ce corps : & l'on voit par cette proposition pourquoi l'obscurité de ces ombres est d'autant plus grande, qu'elles sont en plus grand nombre confondues ensemble.

35. III. PROP. *L'Ombre formée par l'interposition d'un corps opaque dans un milieu éclairé & reçue sur un plan, est toujours terminée par une pénombre, d'autant plus étendue que le corps lumineux est plus gros, que le corps opaque est plus loin du plan qui reçoit son ombre, & que cette ombre est reçue plus obliquement sur ce plan. L'intensité de cette pénombre diminue à proportion qu'elle s'éloigne de l'ombre pure.*

Soit A B le Soleil (Fig. 3) ; E D un objet placé sur le terrain D I : il est clair qu'ayant tiré les rayons B F, C G, A H, un œil qui s'avanceroit de I vers H, verroit le Soleil entier ; étant en H il commenceroit à n'être plus éclairé par le bord inférieur A du Soleil ; en continuant de s'avancer il verroit une portion du disque du Soleil de plus en plus petite : par exemple en G, il ne verroit plus que la moitié supérieure du Soleil, & en F il cesseroit de le voir, il entreroit dans l'ombre pure F D. D'où il paroît 1°. qu'il voit d'autant moins clair qu'il s'approche plus de la vraie ombre : de sorte que l'espace H F est couvert d'une pénombre, d'autant plus forte qu'elle approche plus de l'ombre pure, laquelle commence en F. 2°. Que dans le triangle F E H, le côté F H qui mesure la pénombre est d'autant plus grand, que l'angle opposé F E H, (qui mesure le diamètre apparent A B de l'objet lumineux) est plus grand, que la distance E D de l'extrémité E du corps au plan D I qui reçoit l'ombre est plus grande, & que les droites E H, E F, sont plus obliques.

36. REM. C'est pour cela que le terme de l'ombre des corps éclairés par le Soleil est toujours confus, sur-tout lorsque l'ombre est loin du corps qui la cause. Et parce que le diamètre du Soleil est vû sous un angle de 32 minutes, il est évident (Elem. 746) que la grandeur FH de la pénombre d'un objet est à la distance de l'extrémité E de l'objet au commencement F de son ombre pure, comme le sinus de 32 minutes, est au sinus de l'angle $EH D$ de la hauteur apparente du bord inférieur du Soleil au-dessus du plan DI qui reçoit l'ombre. Au reste, ce qu'on dit ici du Soleil doit aussi s'entendre de la Lune & en général de tous les corps éclairans qui ont un diamètre sensible, lequel occasionne une pénombre : il n'y auroit qu'un point lumineux qui ne formeroit pas de pénombre.

37. IV. PROP. *Les longueurs des vraies ombres du Soleil ou de la Lune sont en raison inverse des tangentes des hauteurs apparentes du bord supérieur de ces astres au-dessus du plan qui reçoit ces ombres.*

Car dans le triangle rectangle EDF , il est clair (Elem. 748) qu'en prenant l'objet ED pour rayon, la grandeur DF de l'ombre est la tangente de l'angle DEF , complément de DFE , hauteur du bord supérieur du Soleil au-dessus du plan DI . Donc les ombres vraies sont comme les cotangentes de ces hauteurs, ou (Elem. 737) en raison inverse des tangentes des hauteurs du bord supérieur de l'astre qui les cause.

38. COROLL. *Etant données deux de ces trois choses, l'angle de la hauteur du bord supérieur de l'astre, la hauteur perpendiculaire d'un objet au-dessus du plan par rapport auquel on estime la hauteur de l'astre, & la longueur de la vraie ombre de cet objet, mesurée depuis le point où répond la perpendiculaire au plan, tirée de l'extrémité de l'objet, on peut connoître la troisième, par le calcul d'un simple triangle rectangle comme EDF .*

39. V. PROP. *Si un globe lumineux éclaire un globe obscur plus gros que lui, il en éclairera une partie d'autant moindre, & il y emploiera une partie de sa surface d'autant plus grande qu'il sera plus petit. Ce sera le contraire s'il est plus gros ; & s'ils sont*

égaux, la moitié de sa surface éclaire la moitié de la surface de l'autre.

Soit en B (F. 4) un globe lumineux qui éclaire le globe plus gros C. Il est clair que la partie du globe C, qui en est éclairée, est déterminée par les derniers rayons qui puissent y atteindre, & par conséquent par les rayons qui le touchent; de même les derniers rayons du globe B, qui puissent éclairer le globe C, ne peuvent être que des rayons tangens: ainsi les tangentes LP, KO, déterminent & les derniers points éclairans L, K, & les derniers points éclairés P, O. Si sur la droite BC, on élève les diamètres perpendiculaires HI, MN, ils partageront (Elem. 402) en deux également les circonférences des globes B, C: & si des mêmes points B & C, on abaisse sur les tangentes les perpendiculaires BL, BK, CP, CO, elles détermineront les points de contact. Ainsi l'arc LRK, (plus grand que de 180 degrés) représentera la partie éclairante, & l'arc PSO, (moindre que de 180 degrés) la partie éclairée. Au contraire, si C étoit un globe lumineux, & B un globe obscur, l'arc PSO en représenteroit la partie éclairante, & l'arc LRK la partie éclairée. Enfin, si les globes étoient égaux, les tangentes seroient parallèles, & passeroient par les extrémités des diamètres HI, MN; & par conséquent l'arc éclairant & l'arc éclairé seroient chacun de 180 degrés.

40. COROLL. I. Il est aisé de voir qu'à cause de la ressemblance des triangles rectangles LBH, PMC, KBI, OCN, les arcs LH, PM, KI, ON, sont d'un égal nombre de degrés, & que par conséquent l'arc d'un globe qui mesure la largeur de sa partie éclairante, est le supplément à 360° de l'arc qui mesure la largeur de la partie éclairée de l'autre globe.

41. COROLL. II. Par la même raison, l'arc obscur du globe éclairé a autant de degrés que l'arc éclairant du globe lumineux, & l'arc éclairé en a autant que celui qui n'éclaire pas.

42. COROLL. III. Et à cause des triangles rectangles semblables ABL, BLH, l'angle BAL = LBH, d'où

on voit que l'excès de l'arc éclairé sur l'arc obscur, ou la différence entre la partie éclairante & la partie éclairée, est mesurée par l'angle $LA K$ des rayons tangens.

43. COROLL. IV. Un globe éclaire la moitié d'un globe égal, à quelque distance qu'ils soient l'un de l'autre; mais un globe qui en éclaire un autre plus petit, en éclaire une partie d'autant plus grande qu'il en sera plus près & réciproquement. Car plus les globes seront près, plus l'angle PAO des tangentes sera grand, & par conséquent plus la partie éclairée excédera la partie obscure.

44. Ainsi on ne peut voir d'un œil seul la moitié d'un globe dont le diamettre seroit plus grand que l'ouverture de la prunelle. Le Soleil éclaire plus que la moitié de chacune des planetes; la Lune étant pleine, éclaire moins que la moitié de la terre, &c.

45. COROLL. V. L'ombre d'un globe éclairé par un globe égal, est cylindrique & infinie; car elle est terminée par des rayons qui sont tous paralleles entr'eux, & qui entourent une circonférence de cercle. L'ombre d'un globe éclairé par un plus gros, est un cône fini, comme KAL ; & l'ombre $QPOV$ d'un globe C , éclairé par un plus petit B , s'étend à l'infini en un cône tronqué.

46. COROLL. VI. Etant donnés les demi-diametres BK , CO , & la distance BC des centres de deux globes, on détermine aisément la longueur de l'axe BA du cône d'ombre du plus petit globe. Car si on tire KD , parallele à BC , à cause des paralleles BK , CO , on a $BK = CD$, & $BC = KD$, les triangles KDO , ACO sont semblables; donc $DO : OC :: DK : CA$; ou $CO - BK : CO :: CB : CA$. Otant donc CB de CA , reste BA qu'on cherche. Soit B la Terre, C le Soleil, $BK = 1$, $CO = 80,5$ & $BC = 17189$: on trouve donc $BA = 216$ qui valent environ 324000. lieues, à raison de 1500 lieues pour le demi-diametre BK de la terre.

47. REM. Il est évident que la partie éclairée dont on parle dans cette proposition renferme la pénombre & ne se termine qu'à l'ombre vraie.

ARTICLE IV.

De la Nature & des Propriétés de la Lumière, par rapport à la Vision & aux Couleurs.

48. **L'**OËIL fait à notre égard, à quelques exceptions près, le même effet que la chambre obscure. La prunelle est un trou par où passent les rayons de lumière, & où ils se croisent pour aller peindre sur la membrane qui tapisse le fond de l'œil, les images renversées de tous les objets qui sont exposés à notre vûe; de sorte que les diametres des images ainsi peintes, sont à peu-près proportionnels aux angles formés à l'entrée de la prunelle par les deux rayons qui partent des deux extrémités de l'objet, pourvû que ces angles soient petits; ou bien, ce qui revient au même, les diametres des images d'un même objet sont d'autant plus grands, que la distance de cet objet est plus petite: & quoique ces images soient ainsi renversées dans notre œil, nous ne laissons pas de voir les objets droits; car puisque les rayons se croisent en entrant dans notre œil, le rayon parti de la partie supérieure d'un objet doit donc former la partie inférieure de l'image & réciproquement. Or comme nous ne pouvons juger de la position des objets que par l'impression que les rayons font sur notre organe, nous devons les juger posés dans la direction suivant laquelle cette impression se fait: mais l'impression du rayon qui vient d'un point placé au sommet d'un objet frapper la partie inférieure de l'organe, doit par la réaction de cet organe faire paroître ce point dans une droite qui va de bas en haut: donc ce point doit paroître effectivement dans la partie supérieure de l'objet.

49. Quoiqu'on ne puisse donner une explication complète de la maniere dont la lumière forme dans l'œil les images des objets, que par les Regles de la Dioptrique;

on

on va cependant exposer ici ce que l'expérience nous a appris sur la maniere dont la lumiere agit sur l'organe de la vûe , & sur les idées qui en résultent.

50. La lumiere est un composé d'une quantité prodigieuse de particules de matière ou de corpuscules distingués les uns des autres , d'une petitesse comme infinie , très-élastiques , mûs ou agités avec une vitesse extrême , de sorte qu'étant parvenus sur l'organe de notre vûe , ils le frappent avec une force proportionnée à la densité de ces corpuscules , à leur masse & à leur vitesse ; ils y causent des tremoussemens ou des impressions différentes , lesquelles en vertu de l'union intime de notre corps avec notre ame , occasionnent dans notre esprit des idées différentes , sur la présence des objets d'où ces corpuscules ou atomes lumineux sont partis.

51. Les atômes lumineux sont de différente espèce , ou du moins ils ont des propriétés particulieres qui sont comme invariables dans chacun , & indépendantes des différentes modifications que la lumiere peut souffrir dans sa route.

52. J'appellerai *rayon de lumiere* , la route d'un atôme ou point lumineux , ou plutôt une file d'atômes lumineux , contigus , homogènes ou de la même espèce. Il y a autant d'espèces de rayons lumineux qu'il y a d'espèces d'atômes lumineux. Ces différentes espèces se distinguent par les différentes sensations que l'organe éprouve : & ce sont ces différentes sensations que nous appellons *les couleurs*.

53. Quoiqu'il soit impossible de faire une division exacte de toutes les espèces de rayons , cependant on en distingue ordinairement sept , qui forment autant de couleurs qu'on appelle *primitives*. On les met dans cet ordre , qui est le même que celui qu'on voit dans les arcs-en-ciel , *rouge , orangé , jaune , verd , bleu , pourpre , violet*. C'est pourquoi dans la suite en parlant des rayons de lumiere , nous dirons quelquefois *des rayons rouges , des rayons bleus , &c.* pour désigner les atômes lumineux qui causent dans notre œil une sensation particuliere , qui nous fait juger que ce que nous voyons est rouge ou bleu.

54. Un objet peut être visible, ou parce qu'il peut envoyer directement à notre œil des particules de lumière ; & dans ce cas on l'appelle *objet lumineux*, comme le soleil, un flambeau, &c. sa lumière s'appelle *lumière directe* : ou parce qu'étant rencontré par des rayons partis d'un objet lumineux, il peut les renvoyer vers notre œil, & occasionner en nous une idée de sa présence, de la manière qu'on va l'expliquer ; & dans ce cas, cet objet s'appelle *objet éclairé* ; la lumière comprise entre l'œil & lui, s'appelle *lumière réfléchie*.

Comme le Soleil est par rapport à nous l'objet le plus lumineux qui nous éclaire, nous allons expliquer comment il nous fait voir les objets. Il en sera de même des autres corps lumineux, comme des flambeaux.

55. Le Soleil lance * de tous côtés, à une distance immense, une quantité prodigieuse de rayons de toutes les espèces mêlées ensemble, de sorte qu'aucune ne prédomine sensiblement, & que dans tout l'espace de l'Univers qui nous est connu, il n'y a pas de point sensible qui ne soit rempli de sa lumière, à moins qu'il ne soit occupé par quelque particule solide de matière, ou qu'il ne se trouve dans l'étendue de la vraie ombre de quelque corps impénétrable à cette lumière.

56. Les rayons que notre œil reçoit directement de tous les points de la surface du soleil exposé à notre vue, forment un cône dont cette surface est la base, & l'entrée ou la prunelle de l'œil en est le sommet. Le prolongement de ces rayons au de-là de la prunelle forment en dedans de l'œil (en faisant abstraction de quelque détour dont on parlera dans la suite,) un autre cône qui se termine sur le

* On ne prétend pas décider ici, si la lumière se fait par une émission réelle & continuelle de particules lumineuses détachées du corps lumineux, ou si ce n'est que l'effet d'un mouvement d'ondulation ou d'oscillation dans une matière élastique qui remplit l'Univers, & à laquelle le Soleil ou les autres corps lumineux par eux-mêmes donnent & entretiennent ce mouvement. Nous laissons aux Physiciens à prendre parti dans cette Question.

fond de l'œil ; & qui par conséquent y fait une impression dans un espace circulaire de ce fond, laquelle occasionne l'idée de la présence actuelle d'un objet rond & lumineux, que nous appelons le Soleil.

57. Nous appellerons dans la suite *images des objets dans l'œil*, les espaces du fond de l'organe où les rayons de lumière sont arrêtés, & où par conséquent les impressions se font sentir. On les appelle ainsi, parce qu'en effet lorsqu'on expose un œil dépouillé de toutes ses tuniques extérieures à un objet lumineux ou fortement éclairé, on voit une image de cet objet peinte avec toutes ses couleurs au fond de cet œil.

Lorsque les rayons du Soleil ne viennent à nous que par réflexion, ou plus généralement, lorsqu'ils rencontrent un corps, il peut arriver quatre cas.

58. I. CAS. Si les parties solides de ce corps (que je suppose impénétrables à la lumière) sont situées entr'elles si régulièrement à l'endroit de la surface où tombe la lumière, qu'elles renvoient tous ces rayons * dans le même ordre dans lequel ils y sont parvenus, il est clair qu'un œil qui se trouvera sur la route de ces rayons réfléchis, en recevra une impression qui sera précisément la même, que si ces rayons étoient venus directement du soleil. L'œil ne s'appercvra donc que de la présence du soleil ; il s'en formera une image dans le fond de cet organe, & le corps qui aura renvoyé les rayons, ne sera qu'un vrai *miroir*, invisible à l'œil. Seulement à cause que les rayons réfléchis auront changé de route, le lieu où le Soleil paroîtra placé,

* C'est encore une question agitée parmi les Physiciens de sçavoir si la réflexion de la lumière se fait comme celle des corps à ressort, par une simple décomposition de mouvement à la rencontre des parties solides des corps ; ou, ce qui est plus vraisemblable, à la rencontre d'une matière élastique qui est répandue sur la surface des corps ; ou bien si la réflexion de la lumière n'est que l'effet d'une répulsion produite par un pouvoir actif qui s'exerce sur la lumière à l'approche des corps. Sans prétendre rien décider, nous parlerons ici de la réflexion de la lumière comme si elle se faisoit sur les parties solides des corps.

ne fera pas le même que si le Soleil étoit vû directement : parce que nous jugeons que les objets sont situés dans la ligne droite, qui est la direction des rayons à l'instant qu'ils arrivent à notre organe ; de même que lorsque nous recevons un coup de pierre sans la voir, nous jugeons par l'impression du coup, que la pierre est venue dans la ligne droite, & du côté où cette impression s'est fait sentir, quoique cette pierre ne soit peut-être parvenue à nous que par ricochet ou par une courbe, dont la droite que nous prenons pour sa vraie direction, n'est que la tangente au point où elle nous a frappé.

59. On fait par expérience que plus la surface d'un corps opaque exposé au soleil est parfaitement polie, plus elle fait parfaitement l'effet du miroir ; c'est-à-dire, qu'elle devient d'autant moins visible, mais qu'elle renvoye une image d'autant plus vive ; & parce que la surface de tous les corps qui nous sont connus, n'a jamais ce poli parfait, mais que les particules solides qui la terminent, sont posées irrégulièrement, c'est-à-dire, différemment inclinées, élevées, figurées, &c. nous supposerons dans la suite de cet article, que les surfaces des corps ne peuvent être des miroirs parfaits.

60. II. CAS. Si les parties solides d'un corps sont tellement situées à l'endroit de la surface où la lumière tombe, qu'elles renvoient tous ou presque tous les rayons du Soleil, ou du moins qu'elles n'en absorbent pas sensiblement plus d'une espece que d'une autre, en sorte que ces rayons soient réfléchis confusément, les uns d'un côté, les autres de l'autre, selon la position de la surface de la petite partie solide qui les aura reçus, l'œil qui se trouvera sur la route de cette lumière confusément réfléchie, recevra des rayons, qui viendront de toutes les parties de la surface réfléchissante. Tous ces rayons formeront une espece de Pyramide ; dont cette surface sera la base ; la prunelle de l'œil en sera le sommet : leur prolongement formera en dedans de l'œil une autre Pyramide, qui se trouvera terminée au fond de cet organe, par une base à peu près semblable à celle de la Pyramide extérieure. Or chaque particule solide de la

surface réfléchissante, est un petit miroir, qui ne peut rapporter à l'œil qu'une très-petite partie de l'image du soleil; la situation irrégulière de toutes ces particules solides les rend autant de petits miroirs différemment posés; ce qui cause autant de positions différentes dans l'apparence de chaque portion d'image du Soleil. D'où il suit que l'impression totale qui se fait dans toute l'étendue de la base de la Pyramide qui est dans l'œil, doit occasionner l'idée d'un assemblage de parties lumineuses, terminé par une figure semblable à celle de cette base.

61. On concevra ceci plus facilement par l'exemple qui suit. On fait que le diamètre du Soleil nous paroît s'étendre dans le Ciel un arc d'environ 32 minutes. Si donc on renvoie, par le moyen d'un miroir plan exposé au Soleil, une image de cet astre vers un œil, cette image paroîtra occuper une portion assez considérable du miroir. Supposons qu'on couvre presque toute cette portion, & qu'on n'en laisse à découvert qu'une assez petite partie, il est clair 1°. qu'on ne doit plus voir qu'une petite partie de l'image du Soleil qu'on voyoit entière précédemment; 2°. que cette partie d'image aura la figure de la partie découverte du miroir. Ce seroit la même chose, si au lieu d'un grand miroir presque tout couvert, on ne se servoit que d'un petit miroir égal & semblable à cette partie découverte. Cela posé, imaginons qu'on prenne plusieurs morceaux de glace de miroir, trop petits chacun pour faire voir une image entière du soleil; que l'on dispose chacun de ces morceaux en une figure quelconque, régulière ou non, par exemple, en hexagone, en sorte cependant que chacun renvoie à un même œil la partie de l'image du Soleil qu'il peut renvoyer, (on verra dans la suite que pour cet effet les morceaux de glace ne doivent pas être dans un même plan), il est clair qu'en ce cas l'œil verra autant de portions d'images du Soleil qu'il y aura de miroirs, & que toutes ces portions d'images formeront une figure lumineuse semblable à celle qui résulte de l'assemblage des miroirs (par exemple, un hexagone) en sorte qu'à mesure qu'on ajoutera

ou qu'on ôtera un morceau de glace, on verra paroître ou disparoître une portion d'image du Soleil, ce qui changera la figure lumineuse, de la même manière que l'assemblage des portions de glace changera de figure.

62. On voit encore 1°. qu'on peut tellement disposer ces morceaux de glace, qu'il n'y ait pas d'intervalle sensible entre les portions d'images du Soleil qu'ils renvoyent; & qu'ainsi la figure lumineuse paroisse continue & sans interruption. 2°. Que selon que chaque morceau de glace sera plus ou moins net, plus ou moins poli, la partie de la figure lumineuse qu'il formera sera plus ou moins éclatante. 3°. Que la figure lumineuse doit faire la même impression dans l'organe, que si les rayons qui parviennent à l'œil venoient directement du Soleil, & que par conséquent elle doit être de même couleur que le Soleil, c'est-à-dire, blanche.

63. Si donc on regarde la surface d'un corps qui renvoie une très-grande quantité des rayons du Soleil de toutes les espèces, sans en absorber plus d'une espèce sensiblement que d'une autre, comme terminée par des particules solides qui soient des polyhedres isolés ou séparés les uns des autres, en sorte que leurs faces soient autant de petits miroirs placés irrégulièrement, & dans des plans différens, on conçoit que ce corps doit paroître blanc, & terminé par une figure semblable à celle de son image qui est dans l'œil; & les parties de la surface de ce corps sont d'un blanc plus ou moins éclatant, selon le tissu plus ou moins ferré des petits polyhedres, qui laisse par conséquent plus ou moins d'intervalles obscurs, selon leur poli, & selon la position de leurs faces à l'égard de l'œil & du soleil.

64. On voit donc, dans cette hypothèse, que *les corps blancs sont ceux qui réfléchissent vers notre œil des rayons de toute espèce mêlés ensemble.*

65. III. CAS. Si les parties solides du corps sont tellement situées à l'égard de l'œil & du soleil, ou si elles sont d'une telle nature qu'elles ne renvoyent que très-peu de rayons, en sorte qu'ils soient presque tous absorbés en

pénétrant dans les pores ou interstices des particules solides des corps, & en y souffrant différentes modifications ou différens accidens qui les arrêtent, ou qui les empêchent d'être reçus par un œil, si ce n'est en très-petit nombre; alors l'œil recevra si peu de petites portions d'images du soleil, qu'elles ne feront aucune impression sensible, ou qu'elles n'en feront qu'autant qu'il en faut pour s'appercevoir qu'il y a au-devant de l'œil quelques parties qui réfléchissent un peu de lumière. C'est pourquoi le corps ne sera pas ou presque pas visible, & l'on n'aura d'idée de sa présence & de sa figure, qu'autant que les objets voisins seront plus éclatans, & feront plus de contraste avec lui. On appelle ces sortes de corps, des corps noirs.

66. D'où il suit que dans cette hypothèse, *les corps noirs sont ceux qui ne réfléchissent point ou que peu de rayons de lumière.*

67. IV. CAS. Si les parties solides qui terminent la surface d'un corps sont d'une telle nature qu'elles absorbent presque tous les rayons de lumière, excepté ceux qui sont d'une certaine espèce, lesquels soient presque tous seuls réfléchis, l'œil qui se trouvera sur leur route recevra autant de petites portions d'images du soleil qu'il y aura de particules solides qui lui auront renvoyé des rayons; mais ces petites portions d'image seront toutes d'une même couleur, & leur assemblage occasionnera l'idée de la présence d'un corps d'une certaine couleur déterminée par l'espèce des rayons réfléchis, & d'une figure déterminée par celle de cet assemblage.

68. D'où il suit I°. *Que les corps d'une certaine couleur sont ceux qui absorbent presque toutes les différentes espèces de rayons, & qui ne renvoient guère que ceux d'une certaine espèce.*

69. II°. *Que les nuances des couleurs dépendent de la combinaison des différentes espèces de rayons réfléchis.*

70. III°. *Que donner à un corps une couleur ou une teinture, c'est ou arranger ses parties intérieures, ou seulement celles qui terminent sa surface, ou faire entrer dans tous ses pores une matière étrangère, ou couvrir sa surface d'un Vernis, de sorte que par quelques moyens semblables, les rayons réfléchis par ce corps*

ne soient tous ou presque tous que de la même espèce; ou du moins que cette espèce y domine par-dessus toutes les autres.

71. Il suit encore de l'explication précédente de la Vision & des Couleurs, qu'un atôme de lumière porte avec lui l'image du point lumineux d'où il est parti. Si un rayon jaune parti du soleil rencontre un corps rouge, ou teint pour paroître rouge, ce rayon ne sera pas réfléchi: il pénétrera le corps, il y sera arrêté, ou bien il n'en sortira qu'après avoir fait plusieurs détours, qui l'empêcheront de parvenir à l'œil. Mais s'il rencontre un corps jaune, il se réfléchira sans le pénétrer. Ce qui ne doit pas cependant se prendre si rigoureusement, qu'un rayon jaune ne puisse être absorbé par un corps jaune, ou réfléchi par un corps rouge, mais seulement que d'un faisceau composé d'un très-grand nombre de rayons; jaunes par exemple, qui tomberont sur un corps rouge, très-peu en seront réfléchis, en comparaison de ceux qui ne le seront pas.

ARTICLE V.

Des idées que la vûe occasionne dans notre ame.

72. **O**N vient de voir que nous ne nous appercevons de la présence & de la figure des objets que par l'impression que fait dans le fond de notre œil chaque image de ces objets lorsqu'elles s'y peignent; nous ne concluons de même leur grandeur, leur position, leur mouvement & leur distance, que par la nature de cette impression, ou par certains jugemens auxquels nous nous sommes accoutumés, quoiqu'ils soient souvent faux, & qu'ils aient par conséquent besoin d'être redressés par le raisonnement.

73. Il y a une certaine portée ordinaire de notre vûe, qui est la distance à laquelle nous avons coutume de converser & de nous trouver dans le commerce de la vie. Lorsque des objets sont à cette portée, il arrive que quoique les

dimensions de leurs images dans notre œil changent prodigieusement, pour peu qu'on s'approche ou qu'on s'éloigne de ces objets, nous ne nous appercevons pas qu'ils changent sensiblement de grosseur. Hors de cette portée cependant, nous voyons les objets diminuer à mesure que nous en éloignons, & réciproquement. Par exemple, si je place mon œil successivement à 2, à 4, à 6 pieds de distance d'un même homme, il est clair (Elem. 495) que les dimensions de son image seront successivement entr'elles à peu près comme 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, & par conséquent cet homme me devoit paroître plus petit dans le même rapport; puisque nous ne devrions juger de sa grandeur que par celle de ses images. On fait cependant qu'on ne s'apperçoit pas de cette diminution. Et pour faire voir que cela ne provient que de l'habitude, il suffit de considérer que si nous voyons devant nous un homme à la distance de 120 pieds, il ne nous paroît pas d'une petitesse frappante, telle qu'elle nous paroîtroit cependant si étant au bas d'une tour haute de 120 pieds, nous le voyions au sommet. Ce qui vient sans doute de ce que n'étant pas habitués de porter notre vûe si perpendiculairement pour converser, & que n'étant pas à portée de connoître par expérience ces sortes de distances, nous ne sommes plus dans le cas de juger comme à l'ordinaire; & alors nous déterminons le rapport des grandeurs des objets principalement par celui de leurs images dans notre œil.

74. Lors donc qu'un objet est à la portée ordinaire de notre vûe, il paroît que nous ne jugeons de sa grandeur & de sa distance que par la connoissance que nous avons acquise par un usage long & familier des dimensions de tout ce que nous voyons entre notre œil & cet objet; & que ce jugement ne dépend pas des dimensions de ses différentes images dans notre œil, ou ce qui est le même des Angles sous lesquels nous voyons les dimensions de cet objet. Que hors de cette portée, ou que lorsque quelque obstacle nous cache absolument les objets intermédiaires, comme quand nous regardons quelque objet au travers d'un Télé-

cope ou d'un Microscope, ou seulement d'un très-petit trou percé dans un plan opaque, la grandeur & la distance de cet objet nous paroissent dépendre des différentes dimensions de son image dans notre œil, de sorte que si cette image est grossie ou diminuée par quelque artifice optique, l'objet quoique fixe nous paroît changer de grandeur & de distance, il nous paroît s'agrandir & s'approcher, ou diminuer & s'éloigner, comme on l'expliquera dans l'article suivant.

75, Smith nous rapporte un fait d'après M. Cheffelden fameux Anatomiste Anglois, qui éclaircira encore ceci. M. Cheffelden ayant fait voir que ceux qui ont une vraie cataracte sur les yeux, peuvent distinguer le jour de la nuit, & les corps colorés de noir, de blanc & de rouge vif, lorsqu'ils sont fort éclairés, sans cependant pouvoir assigner leur figure; il dit qu'il avoit guéri un jeune homme de 13 ans, qui avoit une pareille cataracte; qu'après cette opération, le jeune homme ne pût reconnoître ces corps colorés lorsqu'il les vit; les fausses idées qu'il s'en étoit faites auparavant n'étant pas suffisantes pour cela. Il ne pouvoit plus se persuader que les choses qu'il avoit connues par leur nom fussent les mêmes. Quand il commença à voir clair, il étoit si peu en état de faire aucun jugement sur la distance des objets, qu'il s'imaginoit les avoir tous sur ses yeux; il ne pouvoit concevoir aucune ligne d'intervalle entre lui & les murs de sa chambre; les objets lui parurent d'abord extraordinairement grands; il ne pouvoit concevoir comment toute la maison pouvoit être plus grande que sa chambre, quoiqu'il comprît fort bien que sa chambre n'étoit qu'une partie de la maison. Il ne pouvoit porter aucun jugement sur la figure des corps, quoiqu'ils fussent fort différens les uns des autres par leur forme & par leur grandeur; il ne pouvoit dire en quoi consistoit le plaisir qu'il trouvoit en voyant chaque objet. Il fut fort embarrassé à la vûe des peintures, & il fut deux mois à se convaincre qu'elles ne faisoient que représenter des corps solides. Il ne tournoit pas d'abord les yeux vers les objets; il fut même long-tems

s'y habituer petit-à-petit. Il paroît donc que ce jeune homme n'a pû juger de la distance & de la figure des corps qu'après avoir remarqué plusieurs fois, & même après avoir acquis l'habitude de remarquer, non-seulement la différence des impressions causées par les changemens de figure & de places des images dans son œil; mais encore le rapport constant entre les idées causées par certaines impressions, & les idées occasionnées par certains mouvemens dans les organes du toucher; il n'a appris à tourner les yeux vers les objets, qu'après avoir remarqué que l'exactitude de ce rapport étoit plus frappante, lorsque l'œil étoit dans une certaine situation à l'égard de ces objets. Enfin il est facile d'imaginer qu'il n'a pû parvenir à faire de ses yeux l'usage ordinaire, qu'en contractant l'habitude de juger en un instant, que ce qui affectoit actuellement sa vue, devoit affecter ses autres sens de telle & telle maniere.

ARTICLE VI.

Des différentes apparences des objets vûs de loin.

6. J'APPELLE *Angle optique*, celui qui est formé dans la prunelle de l'œil, par les deux rayons qui partent de chaque extrémité d'une des dimensions d'un objet.

77. I. PROP. *Les objets égaux ou inégaux, vûs sous le même angle, paroissent égaux, à moins qu'il n'y ait quelque cause particulière qui en change les apparences.*

Car, toutes choses d'ailleurs égales, nous ne pouvons juger de l'égalité ou de l'inégalité des objets que par celles des images qu'ils forment dans notre œil: or, si les dimensions de deux objets quelconques forment à la prunelle de notre œil des angles égaux, ils doivent former au fond de l'œil des images égales. Donc on les doit juger égaux.

78. II. PROP. *Les objets exposés de la même maniere à notre œil, paroissent diminuer de grandeur, à mesure qu'ils s'éloignent de notre œil.*

Car les dimensions de ces objets sont des bases constantes d'un triangle dont les côtés sont les distances de leurs deux extrémités à l'œil ; ces côtés augmentant à mesure que l'objet s'éloigne, leurs angles opposés doivent augmenter aussi, & par conséquent (Elem. 495) l'angle à l'œil opposé au côté constant, doit toujours diminuer & former dans l'œil des images plus petites à proportion.

79. COROLL. I. *Les grandeurs apparemes ou les angles optiques des objets sont en raison inverse de leurs distances à l'œil lorsque ces angles sont petits.*

80. COROLL. II. *Les parties égales d'un objet fort grand & hors de la portée ordinaire de la vue, ne paroissent pas égales.* Car les parties qui sont plus éloignées de l'œil, doivent soutenir des angles optiques plus petits & réciproquement.

81. COROLL. III. *Il se peut faire que la plus petite des deux parties d'un objet paroisse la plus grande des deux ; si elle est exposée de sorte qu'elle soutende un plus grand angle optique.*

82. III. PROP. *Les lignes paralleles étant prolongées à une grande distance paroissent concourir & former un angle à leurs extrémités.* Parce que les lignes qui mesurent leurs intervalles qui sont toujours égaux, soutiennent des angles optiques qui deviennent de plus petits en plus petits ; & enfin insensibles, lorsqu'elles sont vues à une distance comme infinie ; donc alors l'intervalle des lignes paralleles paroît nul vers leurs extrémités, & les paralleles paroissent concourir.

83. REM. De-là on voit 1°. *pourquoi une tour fort élevée paroît comme panchée sur celui qui du pied en regarde le sommet.* Car si la tour est d'aplomb, le spectateur qui regarde en l'air, la compare à la ligne d'aplomb qui passe par son œil. Ces deux aplombs sont deux paralleles qui paroissent tendre à concourir ; donc l'aplomb de la tour, qui est couché sur son mur, paroît se rapprocher, dans sa partie supérieure, de l'aplomb de l'œil, & par conséquent la tour paroît panchée, comme pour se renverser sur le spectateur. 2°. *Pourquoi la mer paroît s'élever d'autant plus qu'elle s'éloigne plus des côtes, & qu'on la voit d'un lieu plus élevé.* C'est par la

même raison ; on compare la surface qui est de niveau , avec la ligne de niveau qui passe par l'œil du spectateur ; ces deux niveaux étant parallèles , semblent se rapprocher à mesure qu'ils s'éloignent de l'œil : ils s'en éloignent d'autant plus , qu'on voit une plus grande étendue de la mer , & cette étendue est d'autant plus grande , qu'on est plus élevé. 3°. Pourquoi dans une longue galerie le plafond paroît aller toujours en baissant , & le parquet toujours en montant. C'est qu'on compare l'un & l'autre à la ligne de niveau qui passe par l'œil , laquelle est au-dessus du niveau du parquet & au-dessous du niveau du plafond. 4°. Pourquoi quand on marche parallèlement à une avenue ou à un long mur , les parties qui sont à droite , paroissent tendre de plus en plus vers la gauche ; ou si on est entre deux murs ou deux rangs d'arbres , ces objets paroissent s'écarter les uns des autres à mesure qu'on en approche , &c.

84. COROLL. Une ligne de niveau qui est aussi au niveau de l'œil , par exemple , un cordon de muraille , paroît toujours de niveau , de quelque manière qu'elle soit dirigée à l'égard de l'œil , mais d'autres lignes de niveau qui seroient au-dessus ou au-dessous de celles-là , doivent toujours paroître inclinées à l'horizon.

85. IV. PROP. La figure apparente d'un objet est déterminée par la situation des points de cet objet , qui peuvent envoyer des rayons à l'œil ; ce qui est évident.

86. COROLL. I. Une ligne droite tellement disposée , qu'étant prolongée , elle passeroit par le centre de la prunelle perpendiculairement à la surface de l'œil , ne paroît que comme un point. Car il n'y a que le point de son extrémité qui est vers l'œil , qui puisse y envoyer un rayon de lumière.

87. COROLL. II. Un plan tellement exposé que l'axe de l'œil étant prolongé , seroit couché dessus , ne paroît que comme une ligne. Car alors il n'y a que la ligne qui forme la partie du contour du plan , exposée à la vûe , qui puisse envoyer à l'œil des rayons de lumière.

88. COROLL. III. Un solide qui ne présente à l'œil qu'une de ses faces , paroît comme une simple surface.

89. V. PROP. Un œil qui est dans le plan d'une grande ligne

quelconque fort éloignée, régulière ou irrégulière, la voit comme un arc de cercle dont il est le centre.

Car puisque les points G, F, A, B, C, D, E, (Fig. 5) de la courbe irrégulière G F A E, sont dans le plan qui passe par l'œil placé en O, & qu'ils sont bien au-delà de la portée ordinaire de la vûe, l'œil ne peut juger quels sont les points plus proches; il ne peut distinguer la différence entre O P & O D, parce qu'elle est fort petite à l'égard d'une de ces deux droites; & par conséquent n'ayant aucun moyen de juger de l'inégalité de ces deux rayons, il est porté à les croire égaux, il en est de même des autres. Il doit donc s'imaginer au centre d'un cercle dont tous ces points sont à la circonférence.

90. REM. Si les différences étoient extrêmement inégales, on pourroit découvrir quelles sont les parties les plus proches par la vivacité de la lumière, ou par leur grosseur. Et si l'œil étoit fort éloigné du plan de cette courbe, il pourroit aussi s'appercevoir de ses inégalités; les lignes D P, B L, F I, n'étant pas infiniment petites par rapport à O D, O B, O F, & étant d'ailleurs exposées plus directement à la vûe que lorsque l'œil est dans leur plan, elles deviendroient sensibles.

91. COROLL. Une petite ligne irrégulière, vûe de loin, comme A B C D E, doit paroître une ligne droite; car elle doit paroître comme un arc de fort peu de degrés.

92. C'est pour cela 1°. que lorsqu'on est dans une grande plaine terminée irrégulièrement, on croit toujours être au centre d'un cercle, les objets élevés & éloignés paroissent être tous à la circonférence. 2°. On s' imagine qu'on n'avance guere quoique l'on marche toujours, parce qu'on se voit toujours au centre. 3°. Le ciel nous paroît comme une sphere creusée dans l'axe de laquelle notre œil est situé, & tous les astres sont comme attachés à sa circonférence. 4°. Les grandes villes & les forêts paroissent terminées en amphithéâtre, lorsqu'on les voit de loin, &c. 5°. Une sphere fort éloignée comme le Soleil & la Lune, ne nous paroît que comme une surface plane circulaire. 6° Un Polyhedre taillé à facet-

tes, paroît comme un globe vû d'une distance médiocre, & vû de loin, comme un cercle. 7°. Une tour quarrée ou polygone paroît ronde, ou même plate, si on la voit de bien loin. 8°. On n'apperçoit pas qu'un globe, qu'on voit même d'assez près, tourne sur son axe, s'il tourne uniformement, à moins qu'il n'y ait quelque tache sur sa surface, & que le globe ne tourne assez lentement.

93. VI. PROP. *Un œil placé dans l'axe élevé perpendiculairement au plan, & par le centre d'un polygone régulier, voit que ce polygone est régulier; mais s'il est hors de cet axe, il lui paroît irrégulier.*

Car les rayons tirés de tous les angles du polygone à l'œil placé dans l'axe, formeront une pyramide droite à base régulière, dont par conséquent tous les angles qui composeront l'angle solide du sommet seront égaux, & tous les apothèmes aussi égaux; donc les côtés du polygone paroîtront à l'œil sous des angles égaux, & posés tous de la même manière. Mais si l'œil est placé hors de l'axe, les côtés égaux du polygone régulier en seront inégalement éloignés, & paroîtront par conséquent inégaux & différemment posés.

94. COROLL. *Un polygone régulier vû obliquement, paroît allongé, & un cercle paroît comme une ovale.* Parce que les parties plus éloignées de l'œil paroissent plus petites, & plus rétrécies, les plus proches plus larges & plus étendues; donc les diagonales paroissent plus courtes dans un sens, plus longues dans l'autre.

95. REM. L'objet de la perspective est de représenter géométriquement toutes les apparences expliquées dans les propositions précédentes.

96. VII. PROP. *Les objets situés sur un terrain exposé à notre vûe, paroissent d'autant plus sombres & confus qu'ils sont plus éloignés. Au contraire ils paroissent avec des couleurs d'autant plus vives & d'autant plus distinctement qu'ils sont plus proches.*

La principale raison de cette apparence, est que la vûe distincte & la vivacité des couleurs dépendent de l'intensité de la lumière, laquelle décroît à mesure que l'objet

s'éloigne , par l'interposition de l'air grossier compris entre l'objet & l'œil.

97. C'est pour cela 1°. que les objets un peu élevés au-dessus du terrain , tels que ceux qui sont sur le sommet des hautes montagnes , se voyent bien plus distinctement que ceux qui sont au pied , parce que l'air est d'autant moins grossier , & plus dégagé de vapeurs , qu'il est plus élevé au-dessus du terrain. 2°. Que par le moyen du clair & de l'obscur adroitement ménagés , les Peintres font saillir les objets & leur donnent du relief.

98. VIII. PROP. *Les objets qui paroissent sombres & confus , paroissent aussi plus éloignés.*

La raison en est qu'étant accoutumés à ne voir que confusément les objets éloignés , nous jugeons éloignés ceux que nous ne voyons que confusément.

99. REM. S'il arrive par quelque cause que ce soit , qu'un objet hors de la portée ordinaire de la vûe , mais à la grosseur duquel notre œil est accoutumé , devienne seulement plus sombre & plus confus , nous jugeons aussi-tôt qu'il est aussi plus éloigné ; & comme il est resté à la même distance , & que par conséquent il forme dans notre œil une image qui n'est pas devenue plus petite , nous jugeons qu'il faut qu'il soit devenu plus gros.

100. De-là on voit facilement 1°. pourquoi pendant la nuit les feux clairs paroissent plus près qu'ils ne sont. 2°. Pourquoi les phantômes de nuit , ou même les objets proches de ceux qui voyagent de nuit , comme les arbres & les maisons , paroissent fort gros , & ces objets paroissent plus loin qu'ils ne sont réellement. 3°. Pourquoi le Ciel nous paroît comme une voûte surbaissée ; car la lumière des astres étant d'autant plus foible (20) qu'ils sont plus près de l'horizon , les astres paroissent d'autant plus éloignés de nous qu'ils sont moins élevés sur l'horizon ; ainsi on a trouvé par expérience que la distance apparente de notre œil à l'horizon est à-peu-près triple de la distance apparente au Zenith. Ce surbaissement apparent est tel qu'en voulant assigner à l'estime de la vûe un point dans le Ciel qui soit au milieu

milieu entre le Zenith & l'horison, nous le prenons vers 23 ou 24 degrés de hauteur; au lieu que si le Ciel nous paroît-
 soit parfaitement hémisphérique, ce point devroit être à
 45 degrés de hauteur. 4°. C'est encore pour cela que le
 Soleil & la Lune, en se levant, paroissent à la vûe très-
 gros; qu'ils diminuent à mesure qu'ils s'élevent sur l'horizon,
 quoiqu'en mesurant leurs diametres avec des instrumens
 astronomiques, on éprouve tout le contraire. Soit
 A E l'horizon, (F. 6) O le lieu de l'Observateur: le Soleil
 à différens degrés de hauteur dans le Ciel, en B C, D H,
 F G; A M R E la figure apparente du Ciel; il est clair
 qu'en quelque endroit que soit le Soleil dans le cercle
 A H G E, dont O est le centre, son diametre paroît sous
 les angles égaux B O C, D O H, F O G. Mais à cause de
 la figure surbaissée du Ciel, le Soleil paroît en K I, lorsqu'il
 est réellement en B C; en P N & en T S, lorsqu'il est en
 D H & en F G; & il semble dans ces lieux apparens être
 beaucoup plus petit, quoique son diametre soit mesuré
 par les angles I O K, P O N, T O S, égaux aux vrais
 angles B O C, D O H, F O G.

101. IX. PROP. *Les objets paroissent d'autant plus éloignés & plus gros, qu'on voit un plus grand nombre d'objets & une plus grande étendue de terrain entre l'œil & ces objets; & réciproquement ils paroissent d'autant plus près & plus petits, qu'on voit moins d'objets & de terrain entr'eux & l'œil.*

Car cette grande quantité d'objets & de terrain intermédiaire donne l'idée d'une grande distance, & par conséquent d'une grosseur d'autant plus considérable, & réciproquement.

102. C'est pour cela 1°. que l'horizon paroît contigu au Ciel, parce qu'on ne voit rien entre l'horizon & le Ciel.
 2°. Que lorsque l'on ne voit pas un grand vallon qui se trouve dans une plaine, les objets, qui sont au-delà de ce vallon, paroissent tout près de nous, ils ne nous paroissent éloignés que lorsque nous arrivons sur le bord du vallon. 3°. Que le soir on voit que des objets un peu élevés & bien exposés à notre vûe paroissent fort loin & gros; parce que la nuit empêchant de juger de leur distance, par la quantité de

terrein compris entr'eux & l'œil , on croit ces objets à l'horizon , & par conséquent fort gros & fort loin.

103. X. PROP. *Si deux objets inégalement éloignés de l'œil , parcourent des espaces parallèles & égaux dans un même tems , le plus éloigné paroîtra aller plus lentement , & le plus proche aller plus vite : ce qui est évident ; parce que l'espace décrit par l'objet le plus éloigné , soutendra à l'œil un angle plus petit.*

104. REM. Si les directions des vitesses ne sont pas parallèles , il se pourra faire que le corps le plus proche paroisse aller plus lentement , quoiqu'il aille réellement plus vite ; parce que l'espace qu'il parcourt , peut être si oblique aux rayons visuels qu'ils forment à l'œil des angles plus petits que les espaces plus petits décrits par le corps plus éloigné , mais exposés plus directement à la vûe.

105. XI. PROP. *Un objet mû avec une vitesse quelconque paroît immobile , si à chaque seconde de tems il décrit un espace qui ne fasse dans l'œil qu'un angle de 15 à 20 secondes.*

Ceci est évident par l'expérience que nous avons , que les astres paroissent n'avoir aucun mouvement sensible à la vûe , quoiqu'à chaque seconde de tems plusieurs d'entr'eux décrivent des espaces qui font dans notre œil un angle de 15 secondes.

C'est par la même raison que sur le cadran d'une montre de poche , le mouvement de l'aiguille des heures & même celui de l'aiguille des minutes , sont insensibles.

106. REM. On peut estimer le rapport de l'espace réel à la distance de l'œil , pour que le mouvement soit insensible , comme 1 à 1200 ; c'est-à-dire , qu'un corps qui dans une seconde de tems ne décrit qu'un espace égal à $\frac{1}{1200}$ de sa distance à l'œil , paroît immobile , parce que cet espace ne fait à l'œil qu'un angle de 17 secondes 12 tierces.

107. Par une raison contraire , un objet qui se meut avec une vitesse extrême , comme une balle de mousquet , devient invisible ; parce qu'il ne reste pas assez de tems dans chaque endroit pour que la vûe puisse s'y arrêter & l'apercevoir.

108. XII. PROP. *Deux ou plusieurs objets mûs en même*

sens, & avec une égale vitesse apparente, paroissent immobiles en les comparant à un objet fixe; & cet objet fixe paroît se mouvoir en un sens contraire, avec une vitesse égale à celle de ces objets en mouvement.

Car deux ou plusieurs objets qui sont mûs en même sens avec une même vitesse apparente, paroissent ne pas changer de place à l'égard l'un de l'autre; & comme en changeant réellement de place, ils changent de situation par rapport à l'objet fixe, & répondent successivement à différentes parties de cet objet, il paroît que c'est cet objet fixe qui va en sens contraire avec la même vitesse.

109. C'est pour cela 1^o. que dans un carosse ou dans un vaisseau on s' imagine rester en une même place, & que les objets voisins vont en sens contraire: cette illusion est d'autant plus forte que le vaisseau est plus grand; car alors toutes les parties de ce vaisseau qui environnent le spectateur, en très-grand nombre & à différentes distances de son œil, à l'égard duquel elles gardent toujours une même situation, ne doivent pas paroître changer de place, ni se mouvoir. En effet, le spectateur ne remuant pas la tête, les images que toutes les parties du vaisseau exposées à sa vûe, forment dans son œil, n'y changent pas de place; elles occupent toujours les mêmes places dans le fond de son œil, par conséquent les parties de ce vaisseau doivent non-seulement paroître réellement fixes, mais même propres à y comparer les autres objets visibles, pour voir s'ils sont fixes aussi. Or, à cause du mouvement réel du vaisseau, tous les objets qui sont fixes en dehors, doivent à tout moment changer de distance & de situation par rapport à l'œil du spectateur; donc les images de ces objets parcourent successivement différentes places dans son œil; donc ce sont ces objets qui doivent paroître avoir tous les mouvemens du vaisseau.

110. C'est par une semblable illusion que nous sommes portés à croire que le Soleil & tous les astres tournent autour de la terre en 24 heures, & que la révolution du Soleil en un an se fait réellement autour de la terre:

111. 20. Quand les nuages vont fort vite, la Lune paroît aller très-vite dans le sens opposé, & les nuages paroissent tranquilles, parce qu'ils avancent tous ensemble d'un même côté, avec une même vitesse.

112. PROB. Etant donnés de position le lieu S , (Fig. 7. où le Spectateur se croit immobile, tant de points A, B, C , qu'on voudra de la route réelle d'un mobile dans un plan quelconque, avec les points a, b, c , où l'œil du Spectateur se trouve réellement aux mêmes instans, déterminer la route apparente de ce mobile.

Ayant tiré les droites Aa, Bb, Cc , menez-leur par le point S , les paralleles & égales $S\alpha, S\beta, S\gamma$, & les points α, β, γ , seront ceux par où passera la route apparente du mobile. Car, par exemple, la droite $S\alpha$ étant égale & parallele à Aa , le point α est situé de la même manière & à la même distance du point S , que le point A par rapport au point a . Donc le Spectateur imaginant avoir son œil en S , doit conséquemment imaginer que l'objet est en α . Il en est de même des autres points β, γ , &c.

113. COROLL. I. Le vrai lieu & le lieu imaginaire de l'œil, le vrai lieu & le lieu apparent de l'objet, forment toujours un parallélogramme. Le vrai lieu de l'objet & le lieu imaginaire de l'œil sont toujours aux angles opposés; le lieu apparent de l'objet & le vrai lieu de l'œil sont aux deux autres angles opposés; ce qui fait que l'objet paroît toujours dans une situation opposée à celle du vrai lieu de l'œil du Spectateur.

114. COROLL. II. Si l'objet est immobile en A , sa route apparente $\alpha\beta\gamma$ (Fig. 8.) est une ligne égale à la route réelle de l'œil, & située dans un plan parallele.

Car à cause des parallelogrammes $a\alpha, b\beta, c\gamma$, dont SA est une diagonale commune, & en même tems une intersection commune de leurs plans, & dont les bases Sa, Sb, Sc , sont situées sur un même plan, qui est celui de la route de l'œil, leurs paralleles & égales $A\alpha, A\beta, A\gamma$, doivent être aussi dans un même plan parallele au plan de la route de l'œil du Spectateur, & former les angles $\alpha A\beta, \beta A\gamma$, égaux aux angles aSb, bSc . Donc les points α, β, γ , doivent être dans une ligne égale à la ligne abc , & dans

un plan parallèle, mais dans une situation renversée. Ou si l'objet est placé dans le plan de la route de l'œil, la route apparente de l'objet est aussi dans ce plan.

115. COROLL. III. *Si l'objet est immobile & placé dans le lieu où le Spectateur imagine son œil, l'objet paroît à l'extrémité d'un rayon égal & dans la même direction que le rayon tiré du vrai lieu de l'œil à son lieu imaginaire.* Ainsi si l'œil tourne dans un cercle dont l'objet occupe le centre, & où le Spectateur s'imagine être, l'objet paroît décrire le même cercle, mais dans le point diamétralement opposé à celui où est l'œil du Spectateur, & par conséquent avoir la même vitesse que l'œil.

116. REM. Les objets terrestres qui nous environnent de tous côtés & qui sont fixes à notre égard, quoiqu'ils soient réellement emportés avec nous autour du Soleil, nous portent à imaginer que nous sommes en repos au centre du monde, que le Soleil tourne autour de nous quoiqu'il soit véritablement fixe; & que les planetes qui tournent autour du Soleil, décrivent des courbes fort singulieres, dans lesquelles ces corps vont tantôt d'Orient en Occident, & tantôt d'Occident en Orient, quoique leur mouvement réel ne se fasse jamais que d'Occident en Orient: or par le problème précédent on peut représenter sur un plan tous ces mouvemens apparens. Car si on décrit deux cercles concentriques l'un pour représenter l'orbite de la terre, l'autre pour représenter l'orbite d'une planete, comme de Jupiter, par exemple; si les rayons de ces deux cercles sont dans le rapport des distances du Soleil à la terre & à la planete, c'est dans cet exemple comme 1 à 5: si enfin ces deux cercles sont divisés dans le rapport des vitesses de la terre & de la planete, lequel est dans cet exemple comme 12 à 1, comme si on divisoit le cercle de la terre de 12 en 12 degrés, & celui de Jupiter de degrés en degrés. Alors en marquant les divisions consecutives de l'orbite de la terre par *a, b, c, &c.* & celles de l'orbite de Jupiter par *A, B, C, &c.* (en commençant par les points qu'on voudra), mettant *S* au centre commun de ces deux cer-

cles, il fera facile de trouver tous les points de la courbe apparente décrite par Jupiter, & par conséquent de rendre raison de toutes les bizarreries apparentes de ses mouvemens.

117. XIII. PROP. *Les objets dont les images se peignent sur les parties du fond de chaque œil, qui ne sont pas homologues, paroissent doubles.*

Les objets paroissent simples quoique vûs avec deux yeux, parce que les deux impressions égales faites sur deux fibres homologues & également tendus, ne font sensiblement qu'une même impression, ou, ce qui paroît établi par un grand nombre d'expériences, l'ame ne fait attention qu'à une seule de ces deux impressions égales & simultanées. Si les deux images se font sur des fibres qui ne sont pas homologues, les deux impressions seront différentes, & donneront par conséquent l'idée de deux objets.

118. REM. Les deux images se font sur des fibres homologues, lorsqu'on regarde un objet des deux yeux par des rayons qui sont sensiblement parallèles, ou bien lorsque l'on tourne les deux yeux de la même manière vers l'objet. De-là il arrive que si on a un objet trop près des yeux, il paroît double, parce qu'on ne peut le regarder qu'en inclinant beaucoup les axes de la vision; l'œil gauche voit cet objet à droite, & l'œil droit à gauche, parce que ces deux axes sont inclinés de ces côtés. De même si on contourne les yeux d'une manière différente, les objets paroissent doubles, parce que les impressions des objets s'y font en différens endroits. Les personnes yvres voyent souvent les objets doubles, parce que tous les fibres de leurs nerfs & de leurs muscles, sont tellement relâchés qu'ils ne peuvent leur donner les mêmes mouvemens que lorsqu'ils ne sont pas en cet état; & par conséquent ils ne peuvent souvent tenir leurs yeux dirigés de la même manière à un objet. C'est aussi ce qu'on reconnoît facilement en regardant leurs yeux.

119. Dans les passions excessives, comme dans la fureur, on voit quelquefois les objets doubles, parce qu'on n'est plus libre de tourner les yeux comme on veut.



SECONDE PARTIE,

Qui contient la Catoptrique & la Dioptrique.

CHAPITRE PREMIER.

Notions générales sur la Catoptrique & la Dioptrique.

ARTICLE PREMIER.

Des Images & des Foyers.

120. **A** Cause de l'extrême petitesse des atomes lumineux, il est clair qu'un rayon seul ou même un petit nombre de rayons ne peuvent faire une impression sensible sur l'organe de la vûe, dont les fibres sont très-grossiers, en comparaison des rayons de lumière. Il faut donc un grand nombre de rayons partis d'une même portion de la surface d'un corps, pour rendre cette portion visible. Mais comme les rayons de lumière partis d'un même point, vont en s'écartant toujours les uns des autres (8), il a fallu imaginer des moyens de les rapprocher, de les réunir en un point donné, même de les écarter à volonté: ce sont ces moyens qu'enseignent la Dioptrique & la Catoptrique; elles y emploient les verres & les miroirs.

121. On peut donc à l'aide des verres & des miroirs réunir en un même point sensible, un très-grand nombre de rayons partis d'un même point d'un objet: & parce que chaque rayon porte avec lui l'image du point d'où il est parti (34), tous ces rayons réunis en un point ne peuvent manquer d'y former une image du point de l'objet d'où ils

sont partis ; cette image est d'autant plus vive , qu'il y aura plus de rayons réunis ; & d'autant plus distincte , qu'ils auront mieux conservé dans leur réunion l'ordre dans lequel ils sont partis ; elle est si sensible , qu'en plaçant un plan poli & blanchi à l'endroit où la réunion s'est faite , on la voit peinte avec toutes les couleurs , sur tout si le lieu , où l'expérience se fait , ne reçoit point d'autre lumière.

122. Le point de réunion des rayons de lumière formée par le moyen d'un verre ou d'un miroir , s'appelle *le foyer* de ce verre ou de ce miroir. Si cette réunion est réelle , le foyer s'appelle *foyer réel* , ou simplement *foyer* : c'est le lieu où se fait l'image de l'objet qui envoie la lumière , & vers lequel l'objet paroît être réellement , si plusieurs des rayons qui se sont croisés en passant par ce foyer , viennent à entrer dans un œil. Si ce point de réunion n'est autre chose qu'un point auquel tendent toutes les nouvelles directions qu'on a fait prendre à des rayons qu'on a dispersés par le moyen d'un verre ou d'un miroir , ce point s'appelle *foyer imaginaire*. C'est aussi le lieu vers lequel l'objet paroît être réellement , lorsque plusieurs des rayons qui ont été dispersés , entrent dans un œil en assez grande quantité , pour y former une image sensible de l'objet. Car un objet paroît toujours être vers l'endroit d'où sa lumière paroît venir à notre œil. (21).

123. De ce que chaque rayon porte avec lui l'image de l'objet d'où il est parti , il suit que si des rayons après s'être entrecoupés , & avoir formé une image à leur intersection , se trouvent encore réunis par quelque réfraction ou réflexion , ils y forment encore une nouvelle image ; & ainsi de suite , tant que leur ordre ne sera pas confondu : on peut donc former autant d'images d'un même objet qu'on pourra réunir de fois les rayons qui en sont partis , sans les confondre.

124. Il suit encore que tant qu'il ne s'agira que de la marche des rayons lumineux , on peut regarder l'image comme l'objet , & l'objet comme l'image ; & même une seconde image , comme si la première image eût été l'objet qui l'eût produite , & ainsi de suite.

125. Si les rayons d'un faisceau sont inclinés les uns aux autres, on les appellera *divergens* ou *convergens*, selon qu'on les considérera comme s'écartans d'un point de réunion, ou se rapprochans pour se réunir: d'où on voit qu'un foyer est le passage de la convergence à la divergence, & réciproquement.

ARTICLE II.

Loix ou Principes tirés de l'expérience, sur lesquels on fonde les démonstrations de la Dioptrique & de la Catoptrique.

126. **T**out rayon lumineux qui traversant un milieu, en I. LOI. **T**rencontre un autre de différente densité ou de différente nature, il change de direction: s'il ne peut pénétrer ce milieu, il se réfléchit à sa surface; s'il le peut pénétrer, il se brise ou se réfracte en y entrant.

Soit AC (Fig. 9) un rayon qui tombe de l'air sur la surface PQ d'un morceau solide de glace PS: par le point C (où la surface du nouveau milieu est rencontrée par le rayon AC, & qu'on appelle à cause de cela le point d'incidence,) élevez la droite MD, perpendiculaire à la surface, (on l'appelle quelquefois le *cathete d'incidence*, & l'angle ACM ou son égal DCB, s'appellent l'angle d'incidence.) Si le rayon incident AC, trouve quelque obstacle qui l'empêche de pénétrer dans le verre, il change de direction en se réfléchissant, & il prend sa route le long de CI: & alors l'angle MCI, s'appelle l'angle de réflexion. Mais si le rayon incident AC peut entrer dans le verre, au lieu de suivre sa première direction CB, il se détourne ou se réfracte en prenant sa route le long de CT. Alors l'angle DCT, s'appelle l'angle brisé, & l'angle TCB, s'appelle l'angle de réfraction; CT s'appelle le rayon brisé ou réfracté, BE le sinus de l'angle d'incidence, & TH le sinus de l'angle brisé.

127. II. LOI. *Un point lumineux qui à la rencontre de différentes surfaces ou milieux auroit souffert toutes les réflexions, réfractions, inflexions, &c. qu'exigent la nature de ces milieux & la position de leurs surfaces, rebrousseroit précisément par la même route & avec la même vitesse, s'il se trouvoit un obstacle qui l'obligeât de prendre une direction précisément opposée.*

Ainsi un rayon TC qui traverseroit le verre PS, rencontrant sa surface PQ, prendroit sa route le long de CA : ou ce qui revient au même, un rayon AC qui se seroit brisé en CT, & qui seroit repoussé en T, dans la direction TC, sortiroit du verre en prenant la direction CA.

128. III. LOI. *L'angle de réflexion ou de réfraction est dans le même plan que l'angle d'incidence, & ce plan est perpendiculaire à la surface du milieu : car sa position est déterminée par le cathete d'incidence, qui est perpendiculaire à cette surface.*

129. IV. LOI. *Le sinus de l'angle de réflexion ou de réfraction d'un rayon, est dans un rapport constant avec le sinus de son angle d'incidence.*

Dans la réflexion ce rapport est celui d'égalité. Selon toutes les expériences, la différence est insensible.

130. Le rapport du sinus de l'angle brisé au sinus de l'angle d'incidence est, lorsque le point lumineux passe de l'air dans l'eau de pluie, à-peu-près comme 3 à 4, ou plus exactement comme 3 à 4, 0076, de l'air dans le verre, comme 2 à 3, ou plus exactement comme 20 à 31 : du verre dans l'eau, comme 8 à 9, &c. & réciproquement le sinus de l'angle brisé est à celui de l'angle d'incidence, dans le passage de l'eau dans l'air, comme 4 à 3 : du verre dans l'air, comme 3 à 2, &c.

131. COR. I. *Lorsqu'un rayon incident est perpendiculaire à la surface du milieu qu'il rencontre ; ou il se réfléchit sur lui-même, ou il traverse le milieu sans se briser. Car alors le sinus de l'angle d'incidence étant $= 0$, le sinus de l'angle de réflexion ou de l'angle brisé est $= 0$: ou ce qui est le même, le rayon reste toujours confondu avec le cathete d'incidence.*

132. COR. II. *Sous quelque angle d'incidence qu'un rayon*

rencontre un milieu pénétrable à la lumière, il peut toujours être réfléchi, s'il ne le pénètre pas; mais lorsque le sinus de l'angle d'incidence doit, par la nature du milieu, être plus petit que le sinus de l'angle brisé, le rayon ne peut pas toujours pénétrer ce milieu en se réfractant; ou ce qui est le même, il y a toujours de certaines limites dans les angles d'incidence, au-delà desquelles un rayon ne peut plus être réfracté, ni par conséquent sortir du milieu dans lequel il est, pour entrer dans celui qu'il rencontre. Car si un point lumineux tombe de l'air sur une surface d'eau, avec un rayon d'incidence de près de 90° , l'angle de réfraction sera d'environ $48^\circ \frac{1}{2}$, puisqu'alors le sinus total ou le sinus d'incidence, est au sinus de l'angle brisé comme 4 à 3; ce qui donne cet angle brisé d'environ $48^\circ \frac{1}{2}$: Donc si un rayon avoit à passer de l'eau dans l'air sous un angle d'incidence de $48^\circ \frac{1}{2}$, il doit sortir de l'eau en rasant sa superficie, & sous un angle brisé d'environ 90° : mais si ce rayon avoit à passer sous un angle d'incidence de plus de $48^\circ \frac{1}{2}$, le sinus de son angle brisé devroit être plus grand que le sinus total; ce qui est impossible. Il est donc impossible que le rayon sorte; & l'expérience apprend que ce rayon se réfléchit alors sur la surface commune de l'air & de l'eau, & reste dans l'eau. On peut faire le même raisonnement pour les autres milieux, & déterminer les limites des réfractions possibles par le rapport donné des sinus des angles d'incidence & de réfraction.

Nous ne parlerons dans la suite que des surfaces planes ou sphériques, parce que ce sont les seules qui soient en usage dans la pratique des Arts.



CHAPITRE II.

De la Catoptrique.

ARTICLE I.

Des images ou Foyers par réflexion.

133. **E** Tant donnés un point ou objet quelconque O , situé
 PROBL. sur l'axe AO d'un miroir sphérique quelconque
 MAB concave (Fig. 10 & 11) ou convexe (Fig. 12), & un
 rayon incident OM infiniment proche de l'axe AO , trouver le
 point F de l'axe par où passe le rayon réfléchi au point M .

SOLUTION. Tirez au centre C , de la surface sphérique,
 la droite MC , laquelle étant (Elem. 459) perpendiculaire
 à la surface du miroir, au point d'incidence M , est le
 cathète d'incidence. L'angle OMG ou CME , est donc
 l'angle d'incidence; & en faisant $CMF = OMG$, le rayon
 réfléchi est MD , qui va rencontrer l'axe OA en F .

Pour trouver une expression analytique de AF , ou de
 son égale MF , (puisque OM & OA sont infiniment pro-
 ches) : soit OA ou MO , distance de l'objet au miroir,
 $= \pm d$; ($+d$ quand le miroir est concave, & $-d$ quand
 il est convexe: ces signes sont ainsi déterminés par la po-
 sition du rayon incident OM , à l'égard du demi-diamètre
 AC du miroir:) soit $AC = r$, & FA ou $FM = f$. On a
 donc $FC = r - f$ (Fig. 10 & 12) ou $= f - r$ (Fig. 11),
 & $CO = -r + d$ (Fig. 10) ou $= r - d$ (Fig. 11) ou
 $= r + d$ (Fig. 12). Or (Elem. 560) $CO : CF :: MO :$
 MF : ou (Fig. 10 & 11) $\overline{+}r \overline{+}d : \overline{+}r \overline{+}f :: d : f$; d'où on
 tire la formule générale pour les miroirs concaves $f =$
 $\frac{dr}{2d - r}$. Et dans la (Fig. 12), dans le triangle CMO ,

on a (El. 746) $CO : MO :: \sin CMO$ ou $FMC : \sin MCO$ ou MCF ; or dans le triangle FMC , on a aussi $\sin FMC : \sin MCF :: CF : FM$: donc $CO : CF :: MO : MF$, ou $r+d : r-f :: d : f$: d'où on déduit la formule des miroirs convexes $f = \frac{dr}{2d+r}$. De sorte que la formule générale pour toutes sortes de miroirs sphériques est $f = \frac{dr}{2d \mp r}$.

134. REMARQUE I. Cette formule ne donne exactement la valeur de AF qu'autant que le rayon incident OM est très-proche de l'axe OA , ou que la surface AM du miroir comprise entre le rayon incident & l'axe AO , qui passe par l'objet O , est une plus petite partie de la surface totale de la sphère: ainsi MF (Fig. 10 & 12.) étant toujours (Elem. 546) plus grand que AF , plus le rayon incident OM tombe loin du point A , plus le rayon réfléchi MF va rencontrer l'axe AF proche du point A .

135. REM. II. On peut à l'aide de la Trigonométrie rectiligne calculer rigoureusement la valeur de AF , en connoissant celle de l'arc AM . Car dans le triangle OCM , on connoît OC , CM , & l'angle MCO mesuré par AM : on peut donc (Elem. 760) en conclure les angles COM , CMO & le côté MO . Ensuite dans le triangle FMO on a MO , l'angle FOM , & l'angle FMO double (ou supplément du double, Fig. 12) de l'angle CME , on aura donc par le calcul le côté OF , & par conséquent AF .

Si le rayon incident OM étoit parallèle à l'axe OA ; c'est-à-dire, si l'objet étoit à une distance infinie, l'angle EMC seroit égal à l'angle FCM , & le triangle CMF seroit isocèle, ses deux angles égaux étant mesurés chacun par l'arc AM . Soit, par exemple, $CM = 6$ pieds, & l'arc AM de 1 degré, on trouvera FA de 2,99964 pieds. Si AM est de 10 degrés, on aura AF de 2,95372 pieds: si AM est de 30 degrés, alors AF est de 2,53589 pieds.

136. COROL. I. Puisque toute la lumière qui part de l'objet O , & qui tombe sur le miroir à peu de distance du point A , va dans les miroirs concaves passer par le point F ,

de l'axe, ou du moins fort près de ce point F, il suit de là qu'il doit se former au point F une image sensible de l'objet O. Dans les miroirs concaves la réflexion disperse les rayons qui partent du point O, & les dirige de sorte qu'ils concourent au point F, & que la lumière réfléchie qui entre dans l'œil fait voir l'objet vers F.

137. COROLL. II. Puisque l'image de l'objet O est placée sur l'axe de la sphere qui passe par ce point O, il suit que s'il se rencontre quelque obstacle qui empêche de tirer une droite de l'objet au centre de la sphere, il ne peut se former d'image de l'objet. De même, dans quelque endroit qu'un œil se place pour voir son image dans un miroir, il ne la voit que dans une ligne qui passe par le centre du miroir.

138. REM. III. Si l'objet O envoie des rayons de lumière en assez grande quantité pour exciter une chaleur sensible sans être réunis, tels que sont ceux du Soleil, d'un flambeau, d'un charbon, &c. il est clair qu'étant réunis par le moyen d'un miroir concave, ils doivent produire une chaleur proportionnelle à leur densité & à la chaleur particulière des rayons incidens. Et c'est là d'où vient le nom de *foyer* au point de réunion.

ARTICLE II.

Du Lieu, de la Situation, & de la Marche des Images par Réflexion.

139. **E**N faisant différentes suppositions sur les différentes distances auxquelles un objet exposé à la surface réfléchissante d'un miroir sphérique, en peut être éloigné, on trouvera facilement le lieu de son image par le moyen de la formule générale de l'article précédent. Supposons donc un objet qui étant placé sur la surface d'un miroir, s'en écarte ensuite jusqu'à l'infini.....

140. I°. Quand la distance au miroir est infiniment petite, l'image est infiniment proche derrière le miroir. Car à cause de

$\pm d = \frac{1}{\infty}$, $f = \frac{dr}{2d \pm r}$ devient $f = \frac{1}{\pm \infty}$. Le signe — fait

voir que pour le miroir concave l'image est du côté opposé à la direction du demi-diamètre de concavité qu'on a supposé $= +r$: & par conséquent elle est derrière le miroir : & le signe + fait voir que pour le miroir convexe, l'image est du côté du centre de convexité, dont le demi-diamètre a été supposé $= +r$. Et comme il est évident que quelque valeur qu'on suppose à d dans la formule $f = \frac{dr}{2d \pm r}$, la valeur de f ne peut devenir négative, il suit que dans le miroir convexe, l'image est nécessairement du côté du centre de convexité, à quelque distance qu'on suppose l'objet : ce qu'il faut remarquer pour toute la suite de cet article.

141. II°. A mesure que la distance de l'objet au miroir croît depuis 0 jusqu'à une quantité égale au quart de l'axe de sphéricité ou à la moitié du demi-diamètre, l'image s'éloigne derrière le miroir. Dans le concave elle s'éloigne depuis 0 jusqu'à ∞ , & dans le convexe depuis 0 jusqu'à $\frac{1}{3}$ de l'axe. Car 1°. en supposant d plus petit que $\frac{1}{2}r$, ou $2d$ plus petit que r , on voit que $2d - r$ est une quantité négative; donc dans le miroir concave f est aussi négatif, & l'image derrière le miroir. 2°. Mais si on fait $d = \frac{1}{2}r$, la formule du miroir concave devient $f = \frac{\frac{1}{2}rr}{0} = \infty$, ce qui fait voir que l'objet étant placé à une distance égale au quart de l'axe, l'image en est infiniment éloignée; ou ce qui est la même chose, les rayons de lumière qui vont de l'objet au miroir s'y réfléchissent parallèlement entr'eux; ils ne peuvent par conséquent se réunir qu'à une distance infinie du miroir. Mais parce qu'on n'a pas plus de raison de supposer que des parallèles se réunissent à l'infini, plutôt vers une de leurs extrémités que vers l'autre, & que par conséquent on est en droit de supposer qu'étant prolongées de part & d'autre à l'infini, elles s'y réunissent de part & d'autre, il suit que dans le cas dont il s'agit ici,

c'est-à-dire, que lorsque l'objet est situé à la distance de $\frac{1}{4}$ de l'axe d'un miroir concave ; son image en est infiniment éloignée tant en-deçà du miroir qu'au-delà.

142. A l'égard du miroir convexe, on voit qu'en supposant $-d = \frac{1}{2}r$, on a $f = \frac{1}{4}r$.

143. III°. La distance de l'objet au miroir croissant depuis $\frac{1}{4}$ de l'axe jusqu'à $\frac{1}{2}$ de l'axe, c'est-à-dire, jusqu'à une distance égale au demi-diamètre de sphéricité, l'image dans le miroir concave est en-deçà ; elle s'approche du miroir depuis l'infini jusqu'à parvenir au centre : & dans le miroir convexe, l'image s'écarte derrière le miroir depuis $\frac{1}{8}$ de l'axe jusqu'à $\frac{1}{6}$.

Car on voit que tant que d sera plus grand que $\frac{1}{2}r$, ou $2d$ plus grand que r , la formule du miroir concave ne peut devenir négative ; ainsi l'image sera toujours du côté de la concavité : & si on met la formule en proportion $d : 2d - r :: f : r$; à cause de d plus grand que $\frac{1}{2}r$ & moindre que r , l'antécédent d est plus grand que le conséquent $2d - r$; donc f est plus grand que r (Elem. 306) : donc l'image est au-delà du centre. Et si $d = r$, alors $2d - r = d$, & $f = r$. Donc dans le miroir concave l'objet étant au centre, l'image y est aussi ; au lieu que dans le miroir convexe faisant $-d = r$, on a $f = \frac{1}{3}r$.

144. De-là on voit pourquoi en plaçant son œil devant un miroir concave entre le $\frac{1}{4}$ de l'axe & le centre, on n'en peut voir l'image en aucune manière ; elle est derrière l'œil, elle est à l'infini quand l'œil est au $\frac{1}{4}$ de l'axe, & elle vient de l'infini au centre où elle se confond avec l'œil, tandis que l'œil s'écarte depuis le $\frac{1}{4}$ de l'axe jusques au centre : l'œil & son image étant ainsi réunis, tout est confus dans le miroir, parce que l'œil s'y voit partout.

145. IV°. La distance de l'objet au miroir croissant depuis le demi-diamètre de sphéricité jusqu'à l'infini, l'image s'avance vers le miroir concave, depuis le centre jusqu'au $\frac{1}{4}$ de l'axe, & s'éloigne derrière le miroir convexe depuis $\frac{1}{6}$ jusqu'à $\frac{1}{4}$ de l'axe. Car alors r étant plus petit que d , dans la proportion $d : 2d - r :: f : r$ l'antécédent d est plus petit que le conséquent $2d - r$: donc f est plus petit que r . Et si on fait $d = \infty$, la formule générale devient $f = \frac{1}{2}r$.

146. THEOREME. Si un arc de cercle OPQ (Fig. 13 & 14) concentrique à un miroir sphérique BAD sert d'objet exposé à ce miroir ; 1°. l'image opq est aussi un arc de cercle concentrique ; 2°. le rayon de cette image circulaire est plus ou moins grand , & par conséquent (Elem. 581) l'image elle-même est plus ou moins grande , selon que l'image sera plus loin ou plus près du centre C du miroir. 3°. Cette image sera droite ; c'est-à-dire , sa situation sera la même que celle de l'objet , tant que l'image & l'objet seront du même côté , par rapport au centre du miroir : au contraire , l'image sera renversée , ou dans une situation opposée à celle de l'objet , si le centre C se trouve entre deux.

Car puisque OPQ est concentrique à BAD , les droites OB , PA , QD , qui passent par le centre C , & sur lesquelles sont situées les images o , p , q , des points O , P , Q , sont égales entr'elles : donc d qui exprime leur valeur dans la formule générale , est une quantité constante , aussi bien que r : donc f est aussi une quantité constante ; c'est à dire , que les droites oB , pA , qD sont égales. Donc opq , OPQ , BAD , sont des arcs concentriques.

147. Cela posé , il est évident 1°. que lorsque l'image & l'objet sont du même côté , par rapport au centre , comme dans la Fig. 14 l'image est située de la même manière que l'objet ; puisque chaque point de l'image est sur le même demi-diamètre qui passe par le point correspondant dans l'objet. Mais que si l'image est au-delà du centre , à l'égard de l'objet , (Fig. 13) les droites sur lesquelles sont les images de chaque partie de l'objet , passant nécessairement par le centre du miroir , celles qui étoient parties d'un point pris au-dessus de l'axe qui passe par le milieu de l'objet , se trouvent au-dessous , après avoir passé par le centre , & réciproquement. Donc si une de ces droites qui sont au-dessus de cet axe , part de la partie supérieure de l'objet , laquelle est par conséquent située aussi au-dessus de l'axe , l'image de cette partie doit-être au dessous , parce qu'elle ne se forme sur cette droite qu'après que cette droite a passé par le centre : donc cette image est renversée à l'égard de l'objet.

148. 2°. Il est évident aussi que l'image totale d'un objet

étant renfermée entre des lignes qui concourent au centre, elle doit être d'autant plus petite, qu'elle est plus près du centre du miroir, & réciproquement.

149. COROLL. I. *Dans le miroir convexe, l'image d'un objet formé en arc concentrique au miroir est toujours droite puisqu'elle est toujours en-deçà du centre aussi bien que l'objet; & elle décroît à mesure que l'objet s'éloigne, puisqu'elle s'approche de plus en plus du centre. Dans le miroir concave l'image est droite & va en croissant, à mesure que l'objet va de la surface du miroir au $\frac{1}{4}$ de l'axe; elle décroît & est renversée lorsque l'objet va du quart de l'axe au centre; elle croît ensuite, & est encore renversée à mesure que l'objet va du centre jusqu'à l'infini. Il faut remarquer, principalement dans ce dernier cas, que si l'objet n'augmente pas, mais s'il prend seulement une figure concentrique, à mesure qu'il s'éloigne, son image doit décroître à proportion.*

150. COROLL. II. *Plus le rayon de la sphéricité du miroir sera petit, plus les images seront petites; toutes choses d'ailleurs égales.*

151. REMARQUE. Ce Théorème ne peut s'appliquer rigoureusement à toutes sortes d'objets exposés à un miroir sphérique: cependant en les supposant assez petits pour qu'on puisse prendre leur largeur pour un arc concentrique au miroir, on pourra à l'aide de ce qui a été expliqué dans cet article, faire entendre 1°. pourquoi les images des objets exposés à un miroir sphérique, sont tantôt plus tantôt moins grandes que les objets. 2°. Pourquoi elles sont tantôt droites & tantôt renversées. 3°. Pourquoi elles paroissent se rapprocher de l'objet, quand l'objet s'éloigne du miroir concave, &c.

152. On voit aussi que les images des objets dont la surface n'est pas sphérique-concentrique, doivent être d'autant plus défigurées ou d'autant moins semblables aux objets, que leur surface est plus grande, & que le demi-diamètre de sphéricité du miroir est plus petit. Car, par exemple, une ligne droite exposée à un miroir sphérique, doit avoir une image courbe, parce que les points de cette

ligne droite étant à inégales distances du miroir, les images de ces points en sont aussi à inégales distances; mais ces inégalités ne sont pas dans un même rapport. Ces images sont aussi d'autant plus défigurées que l'objet est plus près du quart de l'axe du côté du miroir concave; car alors les images sont fort grandes; & un peu plus ou un peu moins de distance au miroir dans les différentes parties de l'objet, cause de grandes différences de distances & de grandeurs dans les images de ces parties.

ARTICLE III.

Application de la Théorie précédente aux Miroirs plans:

53. **I**L est aisé de déduire de la formule générale les propriétés des miroirs plans, en supposant que ce sont des miroirs sphériques, dont le demi-diamètre de sphéricité est infini; c'est-à-dire, en faisant $r = \infty$. Alors la formule $f = \frac{dr}{2d-r}$ devient $f = -d$. Ce qui fait voir que les images qu'on voit par le moyen des miroirs plans, sont toujours autant au-delà du miroir que l'objet est en-deça, qu'elles sont toujours droites. Et parce que dans les miroirs sphériques l'image de chaque point d'un objet est dans la droite qui passe par ce point & par le centre, laquelle est par conséquent perpendiculaire à la surface du miroir; l'image de chaque point d'un objet placé devant un miroir plan, est dans la perpendiculaire tirée de ce point, sur la surface du miroir. Enfin, cause que les perpendiculaires tirées des extrémités de l'objet sur le miroir, sont parallèles entr'elles, & ne peuvent par conséquent se réunir qu'à une distance infinie où est le centre de sphéricité du miroir, les images comprises entre ces droites, sont égales à l'objet dans toutes leurs dimensions.

54. On pourroit par de semblables raisonnemens déduire les autres propriétés générales des miroirs plans; mais

comme ces sortes de miroirs sont d'un usage plus familier que les autres , il est à propos d'entrer ici dans quelque détail.

155. THEOREME I. *Dans un miroir plan placé horizontalement , les objets droits paroissent renversés , & réciproquement. Si le miroir est incliné , tous les objets paroissent inclinés en sens contraire. Si le miroir est incliné de 45° , les objets posés verticalement , paroissent posés horizontalement , & les objets horizontaux paroissent verticaux , &c.*

Tout ceci est une suite de ce que les parties d'un objet les plus voisines du miroir ont leurs images au-delà du miroir , les plus proches aussi du miroir ; & les parties d'un objet les plus éloignées du miroir , ont leurs images plus loin derrière le miroir. En faisant des figures particulières pour tous les cas énoncés dans le Théorème , on en trouvera facilement la démonstration.

156. THEOREME II. *La droite de l'image d'un objet vu dans un miroir , paroît à la gauche , & la gauche paroît à la droite.*

C'est une suite de ce que les images sont posées de la même manière que les objets : les images des parties à droite sont à droite , &c. Or quand nous regardons une personne en face , sa droite est vis-à-vis de notre gauche , & réciproquement. Etant accoutumés de voir ainsi les objets sans miroir , lorsque nous voulons porter la main à gauche , en nous regardant dans un miroir , nous la portons à droite ; au lieu de la porter en avant , nous la portons en arrière , de sorte qu'il faut une habitude particulière pour s'aider d'un miroir.

157. THEOREME III. *L'image d'un objet posé parallèlement à la surface d'un miroir plan , paroît n'occuper dans le miroir qu'un espace égal à la moitié de celui que l'objet occupe.*

DEM. Soit AB (Fig. 15.) une dimension quelconque d'un objet parallèle au miroir IG ; soit *ab* l'image de AB : d'un point quelconque P , pris sur AB , tirez *Pa* , *Pb* ; il est clair que IE est la partie du miroir occupée par l'image *ab* , & qu'à cause que IG est précisément au milieu , entre

AB & *ab*, la partie IE n'est que la moitié de *ab* ou de AB.

158. SCHOLIE. Ainsi pour se voir tout entier dans un miroir posé verticalement, il faut que ce miroir ait au moins la moitié de la hauteur & de la largeur de celui qui s'y regarde en se tenant debout; de sorte que si un Spectateur debout ne peut voir qu'une partie de son image dans un miroir posé verticalement, parce que le reste est caché par les bordures, il ne pourra jamais en voir davantage, soit qu'il s'éloigne ou qu'il s'approche du miroir.

159. THEOREME IV. *Si un miroir tourne sur un axe, le mouvement angulaire des images est double de celui du miroir.*

DEM. Soit AB (Fig. 17.) la situation du miroir, OE un rayon incident; EF le rayon réfléchi: que le miroir tourne ensuite sur un axe qui passe par le point E, & prenne la situation CD; alors le rayon incident OE aura EG pour rayon réfléchi. Je dis que l'angle FEG qui exprime le mouvement angulaire, ou la quantité dont le rayon réfléchi EG s'est écarté de sa première situation EF, est double de AEC, qui est le mouvement angulaire du miroir. Car le cathete d'incidence est toujours au milieu entre le rayon incident & le rayon réfléchi; & comme il est toujours perpendiculaire au miroir, il a le même mouvement angulaire que le miroir. Si donc le mouvement angulaire du miroir le porte vers le rayon incident, il en écarte d'autant le cathete; & en même tems le rayon réfléchi s'écarte du cathete de la même quantité, afin que ce cathete reste au milieu. Donc le rayon incident se trouve écarté du rayon réfléchi d'une quantité double du mouvement angulaire du miroir.

160. SCHOLIE. Si on fait faire un quart de cercle à un miroir, le rayon réfléchi décrira un demi-cercle. Et c'est par cette raison qu'on fait aller si vite les images du Soleil présenté au miroir; de même les images du Soleil réfléchies par une eau presque dormante, paroissent toujours très-agitées, sur-tout lorsqu'elles sont reçues un peu loin du point d'incidence, &c.

161. THEOREME V. *Les miroirs faits avec une glace dont*

la surface postérieure est étamée, présentent deux images d'un même objet, l'une antérieure & foible, l'autre plus éloignée & plus vive; & la distance de ces deux images est égale au double de l'épaisseur de la glace.

Cette apparence vient de ce que la surface antérieure de la glace étant solide & polie, est elle-même un miroir, qui en renvoyant tous les rayons qui ne traversent pas la glace, forme une foible image de l'objet. Cette foible image est d'autant plus sensible, qu'on regarde plus obliquement; car quand on regarde perpendiculairement, elle est couchée & comme confondue avec la vive image formée par la surface étamée. Si d exprime la distance de l'objet à la surface antérieure, & e l'épaisseur de la glace, la distance de l'objet à l'image vive sera $(153) = 2d + 2e$, & celle de l'image foible à l'objet ne sera que $= 2d$.

162. THEOR. VI. *Tant de miroirs plans qu'on voudra, posés dans un même plan, ne peuvent donner qu'une image d'un même objet.*

Car tous ces miroirs ne font alors l'effet que d'un seul miroir; & parce que l'image paroît toujours sur le cathete d'incidence tiré de l'objet; comme on ne peut mener d'un point qu'une seule perpendiculaire sur un plan (Elem. 634), on ne peut donc former qu'une seule image.

163. THEOR. VII. *Si un œil est en I (Fig. 16.), au dedans d'un angle quelconque ABC, formé par deux miroirs plans AB, BC; il verra autant d'images d'un objet O, placé aussi en dedans de cet angle, qu'on pourra abaisser successivement de l'objet & de chacune de ses images, des perpendiculaires sur chaque miroir en-deçà de l'angle B.*

DEM. 1°. Ayant abaissé de l'objet O le cathete OD sur le miroir BC, & pris $ND = NO$, le point D sera le lieu d'une image: car si de l'œil I on tire ID, & si par g , où elle rencontre le miroir, on mene gO , ce sera le rayon incident dont Ig sera le réfléchi, par lequel l'œil voit l'image qui est en D, à cause des triangles rectangles égaux DgN , OgN , qui donnent l'angle $OgN = DgN = BgI$.
2°. Si du point D on abaisse sur le miroir AB, la per-

pendiculaire DE, en prenant $kE = kD$, le point E est le lieu d'une seconde image, dont l'image en D tient lieu de l'objet. Car à cause de $ON = ND$, & des triangles égaux ONf , DNf , le rayon incident Of se réfléchit en fi ; & à cause des triangles rectangles égaux Dki , Eki , le rayon fi se réfléchit en iI , & arrive par conséquent à l'œil en I. 3°. Si du point E on abaisse sur le miroir BC le cathete EQ, & si on prend $QF = EQ$, le point F fera le lieu d'une troisième image, dont l'image en E tient lieu de l'objet. Car à cause des triangles rectangles égaux OdN , NDd : Drk , rke ; FQb , bQE , on voit que le rayon incident Od se réfléchit en dr , puis en rb , enfin en bI , où il arrive à l'œil. 4°. Si du point F on abaisse une perpendiculaire sur le miroir AB, on trouvera qu'elle passe au-delà en FG, & que par conséquent il n'y a plus de cathete d'incidence ni d'image.

164. On fera voir de même qu'il y a en H une image de l'objet O, vûe par le rayon Ih , réfléchi du rayon incident Ob : qu'il y en a une seconde en K, vûe par le rayon cI , réfléchi de ct , réfléchi du rayon incident Ot : qu'il y en a une troisième en L, vûe par le rayon incident Ol , réfléchi en la , puis en ak , ensuite en kI . Qu'enfin il ne peut y en avoir davantage, parce que la perpendiculaire LM abaissée de la dernière image, tombe en dehors du miroir.

165. COROLL. I. Il est aisé de voir par la construction, qu'une première image se voit par un rayon réfléchi, une seconde par deux, une troisième par trois, &c.

166. COROLL. II. La distance de chaque image à l'œil, est égale à la somme de son rayon incident, plus ses rayons réfléchis. Par exemple, $IF = Od + dr + rb + bI$. Car $IF = Ib + bF$, $bF = bE = br + rE$, & $rE = rD = rd + dD$, enfin $dD = dO$: donc $IF = Ib + br + rd + dO$. Ainsi les images s'éloignent à mesure qu'elles se répètent.

167. COROLL. III. La première image est plus vive que la seconde, la seconde plus que la troisième, &c. ainsi de suite; tant parce que l'intensité de la lumière décroît dans toute cette

marche, que parce qu'il se perd une quantité prodigieuse de rayons à chaque réflexion.

168. COROLL. IV. *Plus l'angle des deux miroirs sera grand, moins il pourra y avoir d'images.* Car les cathetes d'incidence s'écartant les uns des autres, par un mouvement angulaire égal à celui des miroirs qu'on écarte, ils se portent de plus en plus vers le sommet de l'angle des miroirs, & tombent successivement en dehors, où ils ne peuvent plus contenir des images. Ainsi, *plus on ouvre l'angle formé par deux miroirs, plus les images paroissent s'approcher de cet angle, pour se conjondre, puis se cacher derriere* : en sorte que lorsque l'angle des miroirs est devenu droit, il ne peut y avoir plus de deux images; & que quand il est devenu infiniment obtus, il ne peut plus y en avoir qu'une, parce que (162.) le nombre des images dépend toujours du nombre des perpendiculaires qu'on peut abaisser de l'objet ou des images de l'objet sur les deux miroirs.

169. COROLL. V. *Si deux miroirs sont paralleles, & si l'œil & l'objet sont dans une même perpendiculaire au plan de ces deux miroirs, l'objet a une infinité d'images, mais elles vont toujours en s'éloignant & en s'affoiblissant, de sorte qu'elles ne sont bien-tôt plus sensibles.*

ARTICLE IV.

Des Miroirs Cyllindriques, Coniques, &c.

170. **L**Es miroirs cylindriques, coniques, prismatiques & pyramidaux, ne sont guère que de pures curiosités; ils servent à défigurer les objets auxquels on les présente, ou à faire paroître régulière l'image d'un objet défiguré exprès.

171. Les miroirs prismatiques & pyramidaux n'étant que des miroirs plans verticaux & inclinés, ils n'ont pas besoin d'une explication particuliere. Les cylindriques doivent être considérés comme un assemblage de miroirs

en partie plans & droits, en partie sphériques; & les coniques sont des miroirs en partie plans & inclinés, & en partie sphériques: de sorte qu'en combinant les propriétés des miroirs plans avec celles des sphériques, on concevra aisément les raisons des dépravations des images régulières, & réciproquement.

172. Par exemple, un objet régulier étant présenté verticalement devant un miroir cylindrique, posé aussi verticalement, on voit que toutes les dimensions verticales de l'objet ne doivent pas être défigurées, à quelque distance du miroir que l'objet soit, puisque ces dimensions se présentent devant des miroirs plans & verticaux; mais que les dimensions horizontales doivent être défigurées, à proportion qu'elles sont plus ou moins éloignées d'être concentriques au miroir, & qu'elles en sont à des distances plus inégales (152), puisque ces dimensions se présentent à des miroirs sphériques. Ainsi les images des différentes parties de cet objet, étant les unes régulières, les autres dépravées, leur assemblage fait une figure très-irrégulière & méconnoissable.

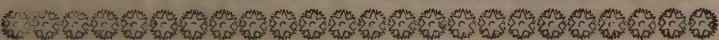
173. Voici une manière de dessiner sur un plan un objet défiguré, de sorte qu'en posant verticalement, & en un endroit marqué sur ce plan, un miroir cylindrique, d'un rayon donné, cet objet paroisse droit & régulier, vû d'un point donné.

Sur un plan à part on dessine cet objet régulièrement & selon toutes les dimensions qu'il doit avoir; en sorte cependant que sa plus grande largeur n'excède pas la longueur de la corde d'un arc de 130 à 140 degrés du cylindre. On renferme ce dessin dans un parallélogramme (Fig. 18.) rectangle AFKa (qu'on appelle *le Ponsif*.) On divise ce rectangle en plusieurs petits quarrés ou autres rectangles égaux, afin de partager le dessin en plusieurs petites parties. Sur le plan donné on décrit la place où la base du cylindre doit être posée; c'est une portion de cercle FTK (Fig. 19.) dont le rayon doit être égal à celui de la base du cylindre, & on y porte une corde FK, égale au côté

FK du Ponsif, qui répond au pied de la figure dessinée. On divise aussi la corde FK comme la droite FK du Ponsif. Par le milieu H de la corde FK, on tire une perpendiculaire HO, qu'on termine en O, au point au-dessus duquel on veut que l'œil soit placé, pour regarder le cylindre. Du point O, on tire par les divisions de la corde FK, des droites indéfinies OA', Og', Oh', Oi', Ok', sur l'une desquelles, comme OF, on élève une perpendiculaire OV, égale à la hauteur à laquelle on veut que l'œil soit au-dessus du point O, c'est-à-dire, au-dessus du plan du dessin défiguré. Sur la même droite OF, & en partant du point F, où elle coupe KF, on élève une perpendiculaire FA, égale au côté AF du Ponsif, & divisée comme lui. Par V, & par les points de division de FA, on tire des droites indéfinies VF, VE', VD', VC', VB', VA, qui vont rencontrer la droite OA', en des points par lesquels on mène à FK les parallèles E'e', D'd', C'c', B'b', A'k', & l'on a, selon les Loix de la Perspective, un trapeze KFA'k', qui est la perspective du ponsif AK, vû du point où l'œil doit être placé pour voir l'objet dans le cylindre, c'est-à-dire, vû d'un point élevé au-dessus de O d'une quantité égale à OV.

Par le centre Q de l'arc FTK du pied du cylindre, & par les points d'incidence F, S, T, K, où les droites ou rayons OF, OG, OI, OK, rencontrent cet arc, on mène les cathetes d'incidence QL, QP, QR, QX, puis les droites indéfinies Fa, Sg, Ti, Kk, qui fassent les angles $aFL = OFL$, $gSP = OSP$, $iTR = OTR$ & $kKX = OKX$, & qui font (133.) les rayons réfléchis. Sur ces droites ou rayons réfléchis, on porte les divisions des droites correspondantes du trapeze perspectif, c'est-à-dire, des droites FA', Sg', Mb', Ti', Kk', & par tous les points trouvés de la sorte, on fait passer des courbes qui sont presque des arcs de cercles concentriques, dont le centre est en H, & qui représentent les droites Aa, Bb, Cc, Dd, Ee, FK du ponsif, de même que Fa, Gg, Hh, Ii, Kk représentent les côtés FA, Gg, Hh, Ii, Ka du ponsif.

& qu'enfin chacun des espaces ou trapezes mixtilignes représentent les petits quarrés ou rectangles du ponsif. Si donc on place le cylindre sur l'arc FTK, & l'œil au point de vûe déterminé, on verra dans le cylindre une image régulière du Ponsif. Et par conséquent en rapportant sur chaque trapeze mixtiligne les parties de la figure dessinée dans chaque quarré ou rectangle correspondant dans le ponsif, on aura la figure dépravée qu'on demande.



CHAPITRE III.

De la Dioptrique.

ARTICLE I.

Des Images ou des Foyers par une simple réfraction.

174. PROB. **E** Tant donnés un objet O (Fig. 20 & 21) de position à l'égard d'une surface réfringente-sphérique BAI, d'un rayon de sphéricité donné AK, & le rapport du sinus d'incidence à celui de l'angle brisé, trouver le lieu P de l'image formée par la réfraction.

Soit le rapport donné comme p à q . Par l'objet O & par le centre K, menez une droite indéfinie OA, pour être l'axe de sphéricité qui passe par l'objet O. Soit un rayon incident OI, infiniment proche de l'axe OA; tirez du centre K au point d'incidence I, un demi-diamètre KI, qui sera le cathete d'incidence. Sur le rayon incident OI, (prolongé s'il est nécessaire,) abaissez du centre la perpendiculaire KG, qui sera le sinus de l'angle d'incidence OIN ou KIG: faites comme p à q , ainsi KG, est à un quatrième terme, avec lequel comme demi-diamètre, décrivez du centre K un arc, auquel on puisse du point I mener une tangente IH, qui ira couper l'axe AO au point

cherché P. Car en abaissant une droite KH au point de contact, on voit qu'elle est le sinus de l'angle KIP, lequel par conséquent est l'angle brisé du rayon incident OI. Et parce qu'on a la même construction pour tous les rayons qui tombent du point O sur la surface du verre, infiniment près du point A, il suit qu'ils se brisent, de sorte qu'ils sont tous dirigés au point P, où est par conséquent le foyer ou l'image.

175. Pour avoir une expression analytique de AP, soit OA ou OI = d , le rayon de sphéricité KI ou AK = $\pm r$: ($+r$ quand l'objet est placé du côté de la convexité Fig. 20), & $-r$ quand l'objet est du côté de la concavité, (Fig. 21). Soit AP ou IP = f . Par la construction précédente $p : q :: KG : KH$; donc $KG = \frac{p \times KH}{q}$. Or en supposant OI infiniment proche de OA, l'arc AI, n'est qu'une droite perpendiculaire à l'axe OA; les triangles rectangles AOI, OKG sont semblables, aussi bien que PAI, PKH: Donc $OK : OI :: KG : AI = \frac{OI \times KG}{OK}$. Et $KH : AI$ ou $\frac{OI \times KG}{OK} :: PK : PI$ ou PA. Donc $PA = \frac{OI \times KG \times PK}{OK \times KH}$. Et en substituant les valeurs analytiques, pour en déduire la valeur de f , on trouve $f = \frac{dpr}{dp - q(d+r)} = \frac{dpr}{d(p-q) - rq}$ pour les surfaces convexes, & $f = \frac{dpr}{d(q-p) - rq} = \frac{dpr}{q(d-r) - dp}$ pour les surfaces concaves.

176. On peut faire sur l'exactitude de ces formules, & sur les images qu'elles donnent, les mêmes réflexions que ci-dessus (135). On peut même y appliquer le théorème du n°. 146 avec sa Démonstration & ses Corollaires, ce qu'on supposera pour la suite.



ARTICLE II.

De la Marche des Images, qui répond à celle d'un objet, dans le passage de la Lumière de l'air dans le Verre, & réciproquement.

Comme l'usage le plus important de la Dioptrique est la connoissance des Loix que suit la lumière, en passant de l'air dans les verres & réciproquement, afin d'avoir une idée exacte de l'effet des Lunettes, Télescopes & Microscopes, nous y appliquerons ici pour exemple les deux formules précédentes.

177. Dans le passage de l'air dans le verre $p=31$ & $q=20$, les deux formules de l'article précédent se réduisent donc à $f = \frac{31 dr}{11d - 20r}$ pour les surfaces convexes, $f =$

$\frac{31 dr}{-11d - 20r}$ pour les surfaces concaves.

178. Soient deux milieux infiniment étendus l'un d'air & l'autre de verre homogènes chacun dans leur espèce, séparés seulement par une surface sphérique. Supposons d'abord que cette surface soit convexe du côté de l'air, & qu'un objet lumineux de peu d'étendue y étant placé, il s'en éloigne jusques à l'infini en traversant l'air dans une direction perpendiculaire à cette surface; par la formule $f = \frac{31 dr}{11d - 20r}$ on déterminera comme on a fait pour les miroirs sphériques (n°. 140 & suivans), toutes les circonstances de la marche de l'image de cet objet selon les différentes valeurs de la distance d , que nous exprimerons en parties dont r sera pris pour l'unité.

Ainsi tant que d sera entre $d = \frac{1}{20}r$ jusques à $d = \frac{11}{20}r$, f sera toujours négatif, & sa valeur croîtra jusques à l'infini, par conséquent l'image sera toujours en dehors du verre ou du même côté que l'objet, puisque dans le calcul de la

formule on a supposé que f positif exprimoit la distance de la surface réfringente à l'image placée en-deça de cette surface par rapport à l'objet : cette image sera aussi toujours droite (149), elle ira en s'éloignant depuis cette surface jusques à l'infini, & les rayons qui pénétrant le verre détermineront le lieu de cette image par le concours de leurs directions, seront de moins en moins divergens jusques à ce qu'ils deviennent parallèles. Depuis cette valeur $d = \frac{11}{20}r$ jusques à $d = \infty r$, f est toujours positif ; l'image se forme en dedans du verre & renversée ; elle vient de l'infini vers la surface réfringente jusques à la distance de $\frac{31}{11}r$, & les rayons qui pénétrant le verre la formeront, passeront du parallélisme à une convergence de plus en plus grande.

179. Mais si la surface qui sépare les milieux est concave du côté de l'air, alors la formule $f = \frac{31dr}{-11d - 20r}$ fait voir que quelle que soit la distance de l'objet à cette surface, ou quelle que soit la valeur de d , on a toujours f négatif, donc l'image est toujours en dehors du verre & droite ; & que d croissant depuis $\frac{1}{2}r$ jusques à ∞r , f croît depuis l'infiniment-petit jusques à $\frac{31}{11}r$, l'image va donc en s'éloignant depuis la surface réfringente jusques à la distance de $\frac{31}{11}r$, & les rayons qui pénètrent le verre sont divergens, mais de moins en moins.

180. Si nous avons supposé que l'objet fût placé en dedans du verre sur la surface qui sépare les deux milieux, & que sa marche se fût faite aussi en dedans du verre, alors $p = 20$ & $q = 31$, de sorte que la formule pour la surface convexe devient $f = \frac{20dr}{-11d - 31r}$, & pour la surface concave,

$$f = \frac{20dr}{11d - 31r}.$$

Si donc on suppose l'objet placé d'abord sur une surface convexe, il est clair par un calcul & par un raisonnement semblable aux précédens, que tandis que l'objet s'éloignera à l'infini, l'image sera droite, restera en dedans du verre & s'écartera de la surface commune jusques à la distance $\frac{20}{11}r$,

de sorte que les rayons qui passeront dans l'air deviendront de plus en plus divergens.

181. Si enfin l'objet étoit placé d'abord sur une surface concave, la formule $f = \frac{20dr}{11d - 31r}$ fait voir que f sera négatif dans toutes les valeurs de d , depuis $d = \frac{1}{\infty}r$ jusques à $d = \frac{31}{11}r$: qu'ainsi l'image sera droite en dedans du verre, & s'éloignera de la surface réfringente jusques à une distance infinie, les rayons qui passeront dans l'air seront de moins en moins divergens jusqu'à ce qu'ils soient devenus parallèles: mais depuis $d = \frac{31}{11}r$ jusques à $d = \infty r$, f sera positif, l'image renversée & s'approchant dans l'air de la surface réfringente jusques à la distance de $\frac{20}{11}r$, les rayons qui entreront dans l'air convergeront de plus en plus.

On peut comme dans cet exemple, suivre la marche de l'image d'un objet par rapport à deux milieux l'un d'air & l'autre d'eau, ou par rapport à deux milieux l'un de verre & l'autre d'eau.

A R T I C L E I I I.

Des Images faites par une double réfraction.

DAns l'usage des verres, il y a ordinairement une double réfraction, savoir, une à l'entrée, & une autre à la sortie du verre.

182. PROB. I. Etant données les dimensions d'une Lentille quelconque AB, (Fig. 22.) la position d'un objet O sur l'axe commun de sphéricité des surfaces de la Lentille, dont les centres sont en C & en K, trouver le point F de cet axe où un rayon OI, infiniment proche de l'axe OA, va couper cet axe, après deux réfractions, l'une en I, & l'autre en T.

SOLUTION. Soit $OA = d$, $CB = R$, $KA = r$, $FB = x$, $PB = z$, la figure fait voir que le point P est le point de l'axe, où il est rencontré par la direction du rayon incident OI, après la première réfraction en I; soit AB, qui est l'épaisseur de la Lentille $= e$. Soit le rapport

des sinus d'incidence & de réfraction à l'entrée de la Lentille comme p à q , & à la sortie comme q à p . Soient enfin $CD = m$, & $KG = n$. La figure fait encore voir que $p : q :: KG$ ou $n : KH = \frac{nq}{p}$: & que $q : p :: CD$ ou $m : CE$

$$= \frac{mp}{q}.$$

Cela posé, à cause des triangles rectangles semblables OAI , OKG , on a OG ou $OK : OA :: GK : AI$, ou $d + r : d :: n : AI = \frac{dn}{d+r}$: & à cause des triangles semblables PAI , PKH , on a PA ou $z + e : PH$ ou $z + e - r :: AI$ ou $\frac{dn}{d+r} : KH$ ou $\frac{nq}{p}$: mettant en équation $\frac{dnz + den - dnr}{d+r} = \frac{nqz + enq}{p}$; d'où on tirera la valeur de $z = \frac{deq + eqr + dpr - dep}{dp - dq - qr}$. A cause des triangles semblables PCD , PBT , on a PD ou $z + R : PB$ ou $z :: CD$ ou $m : BT = \frac{mz}{z+R}$. Enfin les triangles semblables FCE , FBT ,

donnent FC ou $x + R : FB$ ou $x :: CE$ ou $\frac{pm}{q} : BT$ ou $\frac{mz}{z+R}$: mettant en équation pour avoir une autre valeur de z , on trouve $z = \frac{pRx}{qx + qR - px}$: faisant enfin une équation des deux valeurs de z , afin de pouvoir en conclure la valeur de x , on a, toutes réductions faites,

$$x = \frac{dpqRr + deqqR - depqR + eqqrR}{dppR - dpqR - pqrR - deqq - dpqr + 2depq - depp + dppr - eqqr + epqr}.$$

183. Cette équation générale se réduit à une expression bien plus simple, selon les cas où on l'applique. Car s'il s'agit d'une Lentille de verre, $p = 31$, $q = 20$, & la formule précédente devient

$$x = \frac{620 drR - 220 deR + 400 erR}{341 dR + 341 dr - 620 rR - 121 de + 220 er} : \text{ \& si on fait } e = 0, \text{ en négligeant l'épaisseur du verre,}$$

$$x =$$

$$x = \frac{620drR}{341dR + 341dr - 620rR} = \frac{20drR}{11dR + 11dr - 20rR} : \text{Enfin}$$

si on suppose les deux sphéricités égales, $r = R$, &

$$x = \frac{10dr}{11d - 10r}.$$

184. REMARQUE I. Etant donné l'arc AI, compris entre le point A de l'axe commun des deux surfaces sphériques, & le point I, où tombe un rayon oblique OI, parti d'un point O pris sur cet axe, on peut calculer par la Trigonométrie rectiligne le vrai point F, où le rayon OI, rencontre le même axe après ses deux réfractions. Car dans le triangle OKI, on connoît OK, KI & l'angle AKI; le calcul donnera donc IO & l'angle KIO, dont le supplément est KIG. Dans le triangle rectangle IKG, on a IK & l'angle KIG; on calculera donc KG. On fera ensuite $p : q :: KG : KH$; & dans le triangle rectangle KIH, ayant KI & KH, on calculera aisément l'angle KIH. Dans le triangle KIP, on a IK & les angles IKP, KIP; on aura donc KP & l'angle KPI. Dans le triangle PCD rectangle en D, on a $PC = PK + KA + CB - AB$, & l'angle CPD, qui donne l'angle PCD; on aura donc CD: on fera $q : p :: CD : CE$. Ensuite dans le triangle rectangle CTD, on connoît CT & CD; ce qui servira à trouver l'angle TCD. Dans le triangle CTE, on connoît CT & CE, d'où on calculera l'angle ETC, dont le supplément est CTF. Enfin dans le triangle CTF, on a le côté TC, l'angle CTF & l'angle FCT = $PCD - TCD$; on aura donc CF, & par conséquent $BF = CF - CB$.

Si l'objet O est à une distance infinie, le calcul devient un peu plus court: car OI étant alors parallèle à l'axe, l'angle KIG = AKI est mesuré par l'arc donné AI.

185. REM. II. Par le calcul précédent, ou même par une simple construction géométrique, il est aisé de voir que lorsqu'un rayon OI tombe à quelque distance du point A de l'axe commun des deux surfaces, la courbure de l'arc A. porte plutôt ce rayon vers l'axe; ce qui fait que le point F, où il le coupe, est plus près du point B, à proportion que cet

arc AI est d'un plus grand nombre de degrés.

186. PROB. II. *Etant données les dimensions d'une Lentille quelconque AD, (Fig. 25.) dont les centres de surfaces sont en C & en K, la position d'un objet O hors de l'axe BK de la Lentille, mais autant éloigné de la Lentille, que le point B qui est dans l'axe, trouver le point F où les rayons de lumière, partis du point O, vont se réunir après avoir traversé la Lentille.*

SOLUTION. Par le point O & par le centre K, menez OK, qui sera un axe de sphéricité de la première surface ALD; & (174) tous les rayons partis du point O, & qui tombent sur cette surface (dont on suppose l'étendue d'un très-petit nombre de degrés,) doivent tendre à concourir en un point P, pris sur cet axe: (ce point P se détermine par la formule du N°. 175.) de même que tous les rayons partis du point B tendent à se réunir en p . On peut maintenant regarder le point P, comme un objet placé dans une masse de verre, d'où partent des rayons qui tombent sur la surface ATD: donc menant par P & par C, centre de convexité de cette surface, une droite PC, qui en soit l'axe, tous les rayons partis du point P doivent (174) se réfracter à cette surface, de sorte qu'ils se dirigent en un même point en-deçà de T, comme F;) lequel se détermine par la formule du N°. 175) de même que le point p étant une première image de l'objet B, formée par la réfraction sur la surface ALD, devient un objet à l'égard de la surface ATD, qui par une seconde réfraction, forme en f une image de l'objet p , ou une seconde image de l'objet B.

187. COROLL. I. En négligeant l'épaisseur du verre, & en supposant que les points B, O en soient à égales distances, il est clair que les points p , P en sont aussi également éloignés, puisqu'on les trouve chacun par la même formule, avec des données égales; & par la même raison, les points f , F, sont aussi également éloignés du verre.

188. COROLL. II. Ce qu'on vient de dire du point O, pouvant s'appliquer à tous les points de la surface visible d'un objet, on voit maintenant la formation des images entières d'un objet, lesquelles sont des figures à très-peu-

près semblables à celles des surfaces visibles des objets.

189. COROLL. III. Lorsque toutes les parties d'un objet fort étendu, ou lorsque plusieurs objets, sont à une même distance du verre, leurs images doivent se peindre distinctement dans une assez grande portion de sphère dont le verre est le centre.

190. COROLL. IV. Il suffit donc de calculer, par le moyen des formules précédentes, la position de l'image du point de l'objet qui est dans l'axe des verres, pour avoir celle de l'image entière de l'objet.

191. COROLL. V. On voit aussi par la construction précédente, que lorsque l'objet OB est assez éloigné, pour que l'image se fasse au-delà d'un des rayons de convexité du verre, cette image est renversée; c'est-à-dire, que ses parties sont dans une position opposée à celle des parties correspondantes de l'objet.

192. REM. L'expérience fait voir que l'étendue dans laquelle les images des objets présentés à une Lentille, se fait distinctement, est très-considérable. Car si on a une chambre obscure (comme il a été dit n°. 5,) & si ayant fait une ouverture de 2 à 3 pouces de diamètre, on la recouvre avec un verre convexe, on verra sur un carton blanc, posé à une distance proportionnée à la longueur des rayons de convexité, & à l'éloignement des objets, des images renversées de tous les objets exposés au trou, avec des couleurs d'autant plus vives, que ces objets seront mieux éclairés: & toutes ces images seront assez distinctes, quoiqu'elles le soient d'autant plus, qu'elles représenteront des objets situés plus près de l'axe de la Lentille.

193. THEOR. Lorsque les deux surfaces d'une Lentille convexe ou concave sont d'un égal rayon de sphéricité, parmi les rayons de lumière, qui étant partis d'un point O (Fig. 23 & 24) pris hors de l'axe, tombent sur cette Lentille; celui qui passe par le point I de l'axe qui est au milieu de l'épaisseur de la Lentille, sort après ses deux réfractions dans une droite TF, parallèle à la direction OD, qu'il avoit avant que de rencontrer la Lentille. C'est pour cela que dans la suite on l'appellera le rayon principal.

DEM. A cause des deux arcs ALD, ATD égaux, & d'un même rayon, la figure de la Lentille est un polygone symétrique d'une infinité de côtés, dont le centre est I; d'où il suit que le rayon de lumière TL, qui passe par I, aboutit à deux des côtés parallèles (& égaux, dont les positions sont déterminées par les tangentes GL, HT.) Donc ce rayon doit se réfracter également de part & d'autre; c'est-à-dire, que l'angle brisé ILO doit être égal à l'angle brisé ITF, & par conséquent (Elem. 434.) les directions MO, TF, doivent être parallèles.

194. COROLL. I. *Si le verre étoit plat d'un côté, & convexe ou concave de l'autre, alors le rayon principal seroit celui qui entreroit dans le verre, ou qui en sortiroit par le sommet de la courbure, selon que cette courbure seroit dirigée ou opposée à l'objet: car le sommet de la courbure est un plan infiniment petit, parallèle à la surface plane de la Lentille.*

195. COROLL. II. *En négligeant l'épaisseur de la Lentille, le rayon principal en sort dans la même droite, selon laquelle il y est entré; ou ce qui est le même, tout rayon oblique à la Lentille, qui tend au point de son axe, qui est au milieu de son épaisseur, la traverse en ligne droite, ou sans souffrir de réfraction.*

ARTICLE IV.

De la Marche & de la situation des Images formées par une double Réfraction.

196. I. **L**orsqu'une Lentille de verre est également convexe des deux côtés, si on suppose qu'un objet lumineux d'une petite étendue soit placé d'abord sur une des surfaces au point où elle est rencontrée par l'axe commun de sphéricité, qu'ensuite cet objet s'éloigne du verre jusques à l'infini sans cependant sortir de cet axe commun, il est clair par la formule $x = \frac{10dr}{11d - 10r}$ (183) que

L'image de cet objet se fera toujours dans le même axe, que parce que x dans cette formule est négative & croissante dans toutes les valeurs de d depuis $d = \frac{1}{2}r$ jusques à $d = \frac{10}{11}r$, l'image confondue d'abord avec l'objet même & droite, ira du même côté que l'objet en s'éloignant du verre jusques à l'infini, & les rayons qui la formeront sortiront du verre de moins en moins divergens jusques à devenir parallèles. Dans toutes les autres valeurs de d depuis $d = \frac{10}{11}r$ jusques à $d = \infty r$, la valeur de x est positive & décroissante, l'image sera renversée & du côté opposé à l'objet, elle reviendra de l'infini jusques à une distance du verre $= \frac{10}{11}r$, & les rayons qui la formeront, sortiront du verre d'abord parallèles, puis convergens de plus en plus.

197. II. Si la Lentille est un verre plan convexe, un des rayons de sphéricité est infini, soit donc $R = \infty$, la formule $x = \frac{20drR}{11dR + 11dr - 10rR}$ devient $x = \frac{20dr}{11d - 20r}$, & en faisant les mêmes suppositions que dans le n°. précédent pour les différentes positions d'un objet à l'égard de cette Lentille, on trouve que la marche de l'image se fait de la même manière, excepté qu'à égales valeurs de d , celle de x est toujours plus grande, & que l'image n'est infiniment éloignée que lorsque $d = \frac{20}{11}r$.

198. REM. On peut demander s'il est indifférent de présenter à l'objet la surface plane de la Lentille ou sa surface convexe: à quoi l'on doit répondre, qu'en négligeant l'épaisseur du verre, cela est indifférent: mais que si on y a égard, l'image est plus éloignée de la surface convexe, lorsqu'on présente la surface plane à l'objet, qu'elle n'est éloignée de la surface plane lorsque la surface convexe est tournée vers l'objet: si l'objet est fort éloigné du verre, cette différence est environ les $\frac{2}{3}$ de l'épaisseur du verre. Car

si dans la formule $x = \frac{620drR - 220deR + 400er}{341dR + 341dr - 620rR - 121de + 220er}$

(183) on fait $d = \infty$ & $r = \infty$, pour exprimer que AI est une surface plane (Fig. 22) tournée vers l'objet O, cette

formule se réduit à $x = \frac{620}{341} R$: mais si on fait $R = \infty$ pour exprimer que BT est une surface plane opposée à l'objet O, la formule se réduit à $x = \frac{620}{341} r - \frac{220}{341} e$. Cette Remarque est utile dans l'usage des Télescopes par réfraction où l'on emploie des Réticules ou Micrometres, comme on verra dans la suite : les objectifs de ces Télescopes sont souvent des verres plans convexes, & lorsque l'on les ôte de leur place pour les nettoyer, il faut avoir soin de replacer la même face du même côté, sans cette précaution les fils des réticules ou micrometres pourroient se trouver à plus d'une ligne de leur vraie place, si le verre objectif avoit plus de 1 ligne $\frac{1}{2}$ d'épaisseur.

199. III. Si la Lentille de verre est également concave des deux côtés, alors le rayon KA (Fig. 22) est tourné vers l'objet O & il faut le faire $= -r$; le rayon CB qui étoit dirigé vers l'objet, est tourné de l'autre sens, il doit donc être $= -R$, & par ce moyen la formule pour les verres également convexes servira pour les verres également concaves, & sera $x = -\frac{10dr}{11d + 10r}$; & l'on voit aussi

qu'en supposant un objet placé sur une des surfaces au point par où passe leur axe commun, que cet objet aille le long de cet axe jusques à l'infini, son image va dans le même sens & le long du même axe depuis le verre jusques à une distance égale à $\frac{10}{11}r$, elle est toujours droite, & formée par des rayons qui en sortant du verre divergent de plus en plus; car la valeur de x dans cette formule sera toujours négative, quelle que soit celle de d .

200. IV. Si la lentille est un verre plan concave, sa formule sera $x = -\frac{20dr}{11d + 20r}$, la marche de l'objet & de l'image se fait de la même manière qu'à l'égard du verre également concave, excepté que la valeur de x est toujours plus grande, & que la plus grande distance possible de l'image au verre est $\frac{20}{11}r$.

201. Enfin si la lentille est *Ménisque*, c'est-à-dire, concave d'un côté & convexe de l'autre, pour avoir une for-

mule qui lui convienne, il faut changer le signe d'un des rayons de sphéricité; il faut mettre, par exemple, — R à la place de R dans les formules du n°. 183: On aura, en négligeant l'épaisseur du verre, $x = \frac{20 dr R}{11 d R - 11 d r - 20 r R}$,

& par différentes suppositions de d , on trouvera la marche de l'image; mais nous n'entrerons pas dans le détail, tant à cause du peu d'usage qu'on fait de ces sortes de lentilles, que parce qu'il faudroit examiner plusieurs cas. C'est par les mêmes raisons que nous ne parlons pas des verres concaves ou convexes, dont les surfaces ont des sphéricités de différens rayons.

202. REM. On peut supposer dans la pratique qu'un objet est infiniment éloigné à l'égard d'une lentille, lorsque sa distance est mille ou dix mille fois plus grande que le rayon de sphéricité.

Ainsi si dans la formule $x = \frac{10 dr}{11 d - 20 r}$ on suppose $r = 10$ pouces, & $d = 10000$, c'est-à-dire d mille fois plus grand que r , on trouve $x = 9,102$ pouces. Mais si on fait $d = \infty$, on a $x = 9,091$ pouces, il ne s'en faut donc que de $\frac{1}{100}$ de pouce environ que l'image ne soit au même point, soit qu'on suppose l'objet à une distance mille fois plus grande que n'est le rayon de sphéricité d'une lentille, soit qu'on le suppose à une distance infinie.





CHAPITRE IV.

De la Vision.

ARTICLE I.

Description de l'Œil, & des Images qui s'y forment.

203. **L'**ŒIL est enveloppé de trois tuniques : la première & extérieure EDNNDE (Fig. 26.) s'appelle la *Corne* ; elle est d'une figure sphérique, dont la partie DED est un segment d'une plus petite sphere que le reste, & transparente comme une feuille de corne fine : la seconde PIIP, s'appelle la *Sclérotique* ; elle a une ouverture PP, qu'on appelle la *Prunelle* ; cette ouverture est bordée d'une espèce de rideau noir, gris ou bluâtre, qu'on appelle l'*Iris*, qui a la propriété de conserver toujours la forme circulaire à la prunelle, soit que celle-ci s'agrandisse, lorsque l'œil entre dans l'obscurité, soit qu'elle se rétrécisse, lorsqu'il devient exposé à une plus grande clarté. (Ces deux mouvemens se font involontairement.) La troisième tunique CB, s'appelle la *Choroïde* : c'est un tapis velouté & imbu d'une liqueur très-noire, qui sert par conséquent à faire de l'œil une chambre obscure. Il absorbe les rayons dont la réfraction se fait irrégulièrement dans l'œil. A la Choroïde & au-dessous de la prunelle est attachée une espèce de loupe ou lentille CC, qu'on appelle le *CrySTALLIN*. Sa convexité est d'un plus petit rayon dans sa partie antérieure : il est retenu par deux muscles BC, BC, (on les appelle les *Ligamens ciliaires*,) qui en le tirant de C vers B, le rendent moins convexe, lorsqu'il est nécessaire. Il se peut faire aussi que ces muscles contribuent à faire aller le crySTALLIN en avant ou en arriere. Sur le fond vers

HH, est un réseau très-blanc & très-fin, qu'on appelle la *Rétine*, & qui s'étend sur la choroïde. C'est une expansion du *Nerf-Optique* NN, * qui sert à transmettre la sensation jusqu'au siège de l'ame. Dans l'espace qui est entre la cornée & le cristallin, il y a une liqueur très-limpide & très-claire, dans laquelle l'Iris nage; on la nomme l'*humeur aqueuse*. Entre le cristallin & le fond de l'œil, il y a une substance très-claire, mais d'une consistance gélatineuse; on l'appelle l'*humeur vitrée*.

204. Lorsque les rayons de la lumière entrent dans l'œil, ils se réfractent en pénétrant l'humeur aqueuse, (en sorte que le sinus d'incidence est au sinus de réfraction comme 4 à 3); ils se réfractent encore un peu à l'entrée & à la sortie du cristallin, (car dans le passage de l'humeur aqueuse au cristallin, le rapport des sinus est comme 13 à 12, & à l'entrée de l'humeur vitrée, comme 12 à 13:); & l'effet de ces réfractions est de réunir tous ceux qui sont partis d'un même point d'un objet, & d'en former par conséquent une image, laquelle fait voir distinctement l'objet, lorsqu'elle se forme sur la rétine, mais confusément, lorsqu'elle se forme en-deçà, où lorsqu'elle tend à se former au-delà.

205. Mais pour concevoir ceci un peu plus clairement, il faut considérer que chaque point de la surface visible d'un objet lançant ou renvoyant de tous côtés des rayons lumineux, devient à l'égard de la prunelle de l'œil le sommet d'un cône dont elle est la base: par la réfraction de ces rayons qui se fait dans l'œil, ils forment un autre cône opposé au premier dont la prunelle est aussi la base, & dont le sommet est au fond de l'organe, où par leur concours ils forment une image sensible du point d'où ils sont partis. Ces deux cônes ont un axe commun, & qui est

* Quelques Physiciens prétendent que la Choroïde est l'organe immédiat de la vue, fondés sur des expériences selon lesquelles les parties des objets cessent d'être visibles, lorsqu'on place son œil, de sorte que les images de ces parties viennent à tomber sur le centre du paquet NN de filets où la Rétine commence à s'épanouir sur la Choroïde.

sensiblement une ligne droite, (car la réfraction qui se fait à l'entrée & à la sortie du cristallin n'est ici presque d'aucune conséquence) : On peut donc supposer que tous les rayons qui forment ces deux cones sont confondus avec l'axe commun, & qu'ainsi chaque point d'une surface visible se distingue, parce que son image est portée au fond de l'œil par un rayon qui passe par le centre de la prunelle.

Cela posé 1°. si le point dont il s'agit est vers le centre de la surface visible, comme en R (Fig. 26) un autre point Q de cette même surface qui sera à droite, enverra son image dans l'œil par un rayon Qq qui se croîsera au centre de la prunelle avec le rayon Rr qui porte l'image du point R : donc l'image q se fera dans le fond de l'œil à gauche de l'image r du point R, & par conséquent ces deux images seront dans une situation renversée à l'égard de celle où les points R & Q se trouvent sur la surface de l'objet.

2°. Chaque faisceau ou cone de rayons partis de chaque point de la surface visible de l'objet étant supposé réduit au simple rayon qui est dans l'axe, la surface entière de l'objet devient à l'égard de l'œil la base d'une Pyramide lumineuse, dont le centre de la prunelle est le sommet, & les rayons qui composent cette pyramide se prolongeant dans l'œil, y forment une autre pyramide opposée, qui se trouve interceptée par le fond de l'organe, & qui a par conséquent pour base l'image entière de l'objet, laquelle étant peinte avec toutes ses couleurs, occasionne l'idée de la présence & de la figure de cet objet, comme nous avons dit plus haut.



ARTICLE II.

De la Vision distincte.

*Des différens accidens de la Vûe , avec les remedes que fournit
la Dioptrique.*

206. **P**Uisque les rayons de lumière portent avec eux l'image d'un point A d'où ils sont partis, (34) & qu'ayant traversé un verre convexe, ils vont tous s'entrecouper en un foyer ou point de réunion, il est clair que si on les intercepte par un plan en-deçà ou au-delà de ce point de réunion, on doit voir sur le plan une image de ce point A, mais qu'elle doit avoir d'autant plus d'étendue & être d'autant moins vive, qu'elle aura été prise plus loin du foyer: il paroît aussi qu'à cause de cette étendue, l'image du point B contigu au point A sera confondue en partie avec celle du point A: que si ces deux points sont de différentes couleurs, l'image composée de ces deux images sera de trois couleurs, parce que la partie commune des deux images sera d'une couleur composée des deux autres couleurs. D'où l'on voit que cette image composée ne ressemblera à l'objet AB ni par ses dimensions, ni par sa figure, ni par sa couleur, ni par son éclat: qu'elle sera par conséquent trop grande & confuse: Au lieu qu'au point de réunion des rayons, les deux images n'eussent été chacune qu'un point distinct l'un de l'autre, & teint de sa propre couleur. Telle est l'idée qu'on doit se faire de la vision distincte ou confuse. La vision distincte d'un objet, est celle où la lumière atteint la rétine au vrai point de réunion ou au sommet des cones lumineux partis de chaque point de cet objet, (que je suppose suffisamment éclairé). La vision confuse est celle où la lumière parvient à la rétine avant ou après cette réunion, ou point commun d'intersection.

207. D'ailleurs (174) l'image vive & distincte d'un objet, produite par le moyen d'une surface convexe réfringente, est sur l'axe qui passe par l'objet & par le centre de sphéricité de la surface, il est donc clair qu'on ne doit voir distinctement les objets que lorsqu'on a tourné l'œil vers eux, c'est à dire, lorsqu'on a dirigé vers l'objet l'axe ou la droite, qui passe par le centre de l'œil, & par celui de la prunelle; on ne voit même bien distinctement que le point de l'objet auquel cet axe aboutit.

208. Lorsqu'un objet placé à quelque distance d'une surface réfringente-convexe d'une sphéricité constante & posée fixement, vient en s'approchant vers cette surface, son image s'en éloigne (179) : & il est évident que si on vouloit que l'image restât à la même place, il faudroit ou en éloigner la surface réfringente, à mesure que l'objet s'en approche, ou bien diminuer à mesure le demi-diamètre de sphéricité de la surface; car alors sa distance à l'image, qui dans les formules de l'article II. (179) est toujours un multiple du demi-diamètre de sphéricité, deviendroit plus grande relativement à ce demi-diamètre, quoiqu'elle restât absolument la même. C'est aussi ce qui arrive à ceux qui ont une vûe excellente : ils ont l'œil tellement conformé, & le jeu de ses parties si libre, que lorsque les rayons de lumière, partis d'un même point d'un objet, entrent dans la prunelle à peu près parallèles entr'eux, ce qui suppose (202) l'objet à une assez grande distance de l'œil, le foyer de ces rayons se trouve précisément sur la rétine; & lorsque l'objet s'approche de l'œil, de manière que les rayons de lumière qui partent d'un de ses points, entrent sensiblement divergens : alors le spectateur peut conformer son œil à chaque nouvelle distance de l'objet de sorte que l'image se forme toujours sur la rétine, soit que pour cela il rapproche à mesure son cristallin vers la prunelle, soit qu'il le rende plus convexe, ou même sa cornée, soit enfin qu'il employe deux de ces moyens ou les trois à la fois pour voir toujours distinctement les objets, à quelque distance de l'œil qu'ils soient placés, pourvu

qu'elle ne soit ni absolument trop grande, ni moindre que de 5 à 6 pouces.

209. Mais si par une constitution vicieuse de l'œil, soit qu'elle soit un défaut naturel, soit qu'elle soit acquise par une mauvaise habitude, ou arrivée par accident, les muscles n'ont ni la force ni le ressort nécessaire, pour changer sa figure suffisamment; alors on ne peut plus voir distinctement que les objets qui sont à une distance renfermée entre certaines limites, plus ou moins étendues, selon la force avec laquelle l'œil peut changer sa conformation, pour faire tomber les images sur la rétine. Par exemple, si le cristallin, ou même si le devant de la cornée sont trop convexes, le vrai lieu des images des objets fort éloignés est très-près du cristallin, & par conséquent en-deçà de la rétine; on ne les voit donc alors que très-confusément, & il faut rapprocher beaucoup ces objets, afin que leurs images en s'éloignant à mesure, puissent se former sur la rétine même. Tel est le défaut de ceux qui ont la vûe courte, & qu'on appelle *Myopes*.

210. Au contraire, si le segment antérieur de la cornée, ou si le cristallin n'ont de convexité qu'autant qu'il en faut pour faire tomber sur la rétine les images des objets fort éloignés, celles des objets plus proches tendront à se former au-delà de la rétine, & par conséquent les rayons étant interceptés par la rétine avant leur réunion, on ne doit voir les objets que confusément. C'est-là le défaut de ceux qui ont la vûe longue, & qu'on appelle *Presbytes*: tels sont la plupart des vieillards, à qui l'âge en desséchant les humeurs, a aplati le cristallin, & affaibli la partie antérieure de la cornée.

211. Les *Myopes* sont donc ceux qui ne peuvent voir distinctement que les objets proches, ou qui envoient des rayons sensiblement divergens, & les *Presbytes* sont ceux qui ne peuvent voir distinctement que les objets éloignés, ou qui envoient des rayons sensiblement parallèles. Car on verra dans la suite qu'absolument parlant il faut un peu de divergence dans les rayons pour rendre la vision distincte

(voyez n°. 318). Or il est évident par la théorie des verres concaves & convexes, que les verres concaves font diverger les rayons qui y entrent parallèles, ou qui viennent d'un objet fort éloigné; puisqu'en traversant un verre également concave des deux côtés, ils se détournent & s'écartent pour se diriger à un point du côté de l'objet, & proche du quart de l'axe de sphéricité. Un œil myope qui reçoit les rayons ainsi divergens, peut donc distinguer l'objet d'où ils sont partis; d'où il suit que les Myopes peuvent corriger le défaut de leur vûe, & voir clairement les objets éloignés, à l'aide d'un verre d'une concavité proportionnée à la figure de leur œil. Par un semblable raisonnement, on voit que les Presbytes peuvent voir distinctement les objets proches, en les mettant au foyer d'une loupe convexe, parce qu'elle a la propriété de ramener au parallélisme les rayons divergens, partis de son foyer.

212. Le défaut des yeux myopes & des yeux presbytes, n'est sensible qu'à cause de la grande ouverture de la prunelle de l'œil : car si cette ouverture n'étoit qu'un point, de sorte qu'elle ne pût admettre dans l'œil qu'un seul rayon, parti de chaque point distinct d'un objet visible, ces rayons tomberoient sur autant de points distincts de la rétine, & y formeroient par conséquent une peinture distincte, mais extrêmement foible, faute de lumière suffisante. Sans cet inconvénient, on pourroit corriger le défaut des Myopes & des Presbytes, en appliquant sur leurs yeux une surface opaque, percée d'un très-petit trou : on le corrige en effet en partie par ce moyen.

213. Il suit encore de-là qu'en regardant un objet par un trou extrêmement petit, on le doit voir distinctement, quelque près qu'il soit de l'œil.

214. Il arrive quelquefois que des deux yeux d'un homme, l'un est bon (c'est-à-dire, fait partie d'une vûe excellente,) & l'autre est foible (c'est-à-dire, myope ou presbyte.) En ce cas le spectateur est obligé de tourner vers les objets l'œil le plus propre à les faire voir distinctement, & d'en détourner l'autre œil, qui ne recevrait qu'une image

confuse de ces objets, ce qui troubleroit l'image distincte. C'est cette alternative de diriger un œil, en détournant l'autre, & réciproquement, que l'on appelle le *Strabisme*, & ceux qui ont ce défaut, s'appellent *Louches*.

A R T I C L E I I I .

De la Vision faite à l'aide des Verres ou Miroirs.

215. **P**uisque nous ne voyons un objet que par l'image qui s'en forme dans notre œil, il est clair 1°. *que nous ne devons voir un objet que dans la direction selon laquelle les rayons entrent dans notre œil, pour y former leur image*, ainsi qu'il a été dit ci-dessus (21). Si donc ces rayons n'entrent qu'après plusieurs réfractions ou réflexions, qui aient beaucoup changé la direction primitive des rayons qui partoient de l'objet, nous ne devons plus le voir dans la droite qui vient de lui directement à notre œil.

216. Il est évident 2°. que la grandeur apparente d'un objet, de quelque façon qu'il soit vû, dépendant principalement (77) de l'angle à l'œil compris entre les deux rayons qui viennent des extrémités de cet objet, si la réfraction ou la réflexion ont rendu cet angle plus grand ou plus petit qu'il n'auroit été, si on avoit regardé cet objet à la vûe simple; ou ce qui revient au même, si l'angle à l'œil compris entre les deux rayons qui passent par les extrémités de la dernière image d'un objet formée par réfraction ou par réflexion, est plus grand ou plus petit que l'angle à l'œil entre les extrémités de cet objet regardé à la vûe simple, cet objet paroît grossi ou diminué à proportion. De sorte que si l'œil s'approche ou s'éloigne de cette dernière image, l'objet paroît augmenter ou diminuer, quand même par ce mouvement l'œil s'éloigneroit ou s'approcheroit réellement de l'objet: parce que l'image tient lieu de l'objet, qui ne se voit que par elle. Si cependant un objet ou même une image d'un objet étoient tellement placés à l'égard d'un verre extrêmement mince ou d'un miroir, que leurs

rayons en fussent réfractés ou réfléchis, de sorte qu'ils deviussent ensuite parallèles, l'œil qui se trouveroit sur leur route verroit cet objet ou cette image de la même grandeur, à quelque distance qu'il s'approchât ou qu'il s'éloignât du verre ou du miroir: & cette grandeur seroit la même que si l'objet étoit vu par un œil placé au lieu où est le verre ou le miroir. Car soit RS (Fig. 27 & 28) le demi-diamètre d'un objet ou d'une image, placé à l'égard de la Lentille CB, de sorte que les rayons qui partent du point R, ou qui y tendent, sortent tous parallèles entr'eux, en supposant la lentille infiniment peu épaisse. Parmi ces rayons, il y en a un RC (c'est le rayon principal,) qui la traverse sans se réfracter (195). Soit SC le rayon qui part du centre de l'objet ou de l'image, & qui est dans l'axe de la lentille. Il est évident que l'angle SCR est celui sous lequel l'image ou l'objet SR est vu par un œil placé au lieu C, où est la lentille, & qu'en quelque point E de l'axe que l'œil soit situé, pourvu qu'il se trouve sur la route de quelques-uns des rayons partis du point R, ou qui y tendent, il voit cet objet ou cette image sous l'angle CEB = SCR. Ce seroit la même chose, si l'œil étoit placé au foyer d'un verre ou d'un miroir, sur lequel les rayons d'un objet ou d'une image fussent tombés parallèles: à quelque distance que cet objet ou cette image fût placée, à l'égard du miroir, l'œil les verroit toujours de la même grandeur.

217. A l'égard de la distance de l'œil au lieu où les objets paroissent être, elle ne se mesure pas par la distance réelle de l'œil à la dernière image. Mais puisque (103) la distance apparente des objets s'estime principalement par l'idée que nous avons de leur grandeur, il suit que lorsque nous voyons des objets dont les images sont grossies ou diminuées par la réflexion ou par la réfraction, nous devons les juger rapprochés ou éloignés de notre œil, à proportion de la grandeur que nous leur voyons, comparée à celle que nous leur connoissons. Or, comme la surface visible des objets vus directement, est (23) la base d'une pyramide de lumière dont le sommet est à notre œil, si la pointe de cette pyramide devient plus obtuse par l'effet d'une ou de plu-

sieurs

sièurs réflexions ou réfractions, l'objet qui semble toujours en être la base, doit sembler être pour cet effet assez rapproché de l'œil ou du sommet de la nouvelle pyramide. C'est le contraire si la pointe de la pyramide est devenue plus aiguë. De-là on peut tirer cette construction, pour avoir le lieu apparent des objets vûs à l'aide des verres ou miroirs. Soit RQ (Fig. 29) une dimension d'un objet quelconque, O le lieu où est l'œil, OR l'axe de la Pyramide optique par laquelle on voit cet objet : OT la direction du rayon qui vient de l'extrémité Q de l'objet, après avoir souffert tant de réfractions & de réflexions qu'on voudra, par des surfaces sphériques, dont les axes soient tous placés sur OR . Menez Qq parallèle à OR , jusqu'à la rencontre du rayon OT ; le point q sera le lieu apparent du point Q , ou de la dernière image de ce point Q , & Oq sera la distance apparente de l'œil à l'objet, qr étant le lieu apparent de la dernière image vûe par l'œil placé en O .

218. De-là il est aisé d'expliquer pourquoi les loupes convexes grossissent & rapprochent les objets, & les lentilles concaves les diminuent & les éloignent.

219. Enfin on conçoit que si les rayons qui viennent d'un objet sont réfractés ou réfléchis, de sorte que l'image qu'ils forment ensuite soit située derrière l'œil du spectateur, ou s'il se trouve un corps opaque entre cette image & l'œil, cet objet devient absolument invisible, tant que l'œil restera à la même place. Que si ces rayons réfléchis ou réfractés entrent dans l'œil sous une telle inclinaison qu'ils ne puissent former une image qu'en-deçà ou qu'en-delà de la retine, l'objet ne se peut voir que confusément.

220. Pour appliquer tout ceci à un exemple général, soit GR (Fig. 30) l'axe commun de tant de lentilles A , B , C , qu'on voudra : soit QR une des dimensions d'un objet quelconque ; E le lieu de l'œil qui reçoit le rayon $QKIH E$, parti du point Q , & qui tombant sur l'extrémité K d'une lentille AK , a été obligé de se réfracter pour se diriger vers F , mais rencontrant en I une autre lentille BI , se réfracte de nouveau, & se dirige en sortant vers le

F

point f , & rencontrant encore en H une autre lentille CH , se réfracte encore & se dirige vers E , où il est reçu par l'œil. Il est clair 1°. qu'à cause que ET est la dernière direction du rayon qui parvient à l'œil, en tirant Qq parallèle à GR , & qr parallèle à QR , la dernière image de l'objet QR , paroît être en qr (217). 2°. Que la distance apparente de l'œil à l'objet est Er . 3°. Que la grandeur apparente de l'objet est à sa grandeur réelle, comme ER à Er , parce que les angles qEr , QER , qu'on suppose fort petits, sont (79) dans ce rapport. 4°. Que la situation de l'objet paroît droite ou renversée, selon la position de l'image au-delà ou en-deçà du centre de sphéricité du dernier verre ou miroir, par rapport à l'objet ou à l'image qui aura précédé cette dernière image, & lui aura servi d'objet; ce que le calcul des foyers de chaque verre fait connoître. 5°. Que si on regarde la droite qui mesure la distance du centre ou milieu de chaque lentille à son extrémité, (telle que seroit CH) comme un objet, & que si on détermine (comme au N°. 217.) la position apparente de chacune de ces droites, en la supposant vûe par le moyen des lentilles situées entre l'œil & elles, celle qui soutendra un plus petit angle à l'œil, déterminera le plus grand angle de vision, c'est-à-dire, le plus grand espace qu'on puisse voir à travers tous ces verres.

En changeant les mots de réfractions, de lentilles, &c. en ceux de réflexions, de miroirs, ou en général, d'autre milieu quelconque, on verra facilement que tout ce qu'on vient de dire, est commun à la Catoptrique comme à la Dioptrique.



CHAPITRE V.

Des Télescopes & des Microscopes.

ARTICLE I.

Notions préliminaires.

221. **L'**Idée générale d'un *Télescope* ou *Lunette* à longue vûe, & d'un *Microscope*, est 1°. de former une image vive d'un objet qu'on veut voir distinctement, en lui présentant un verre convexe des deux côtés, ou plan-convexe, ou même menisque, ou bien un miroir concave (on appelle ce verre ou ce miroir, *le verre* ou *le miroir objectif* :) 2°. de voir distinctement & même de grossir cette image par le moyen d'un ou de plusieurs autres verres, (qu'on appelle *oculaires*, parce qu'ils sont placés du côté où l'on doit mettre l'œil.)

222. Il y a donc deux sortes de *Télescopes* & de *Microscopes* : les uns se font simplement par des verres, les autres par des miroirs & des verres, & ceux-ci pour cette raison s'appellent *Catadioptriques*.

223. On appelle *champ* d'un *Télescope* ou d'un *Microscope* tout l'espace que peut voir un œil placé au point où il doit être, pour jouir de tout l'effet du *Télescope* ou du *Microscope*.

224. Quand dans la suite on parlera en général du *foyer* d'un verre ou d'un miroir, on entendra le lieu du concours des rayons réfractés ou réfléchis, en supposant l'objet à une distance infinie, ou que les rayons incidens, partis d'un même point de l'objet, sont parallèles entr'eux. Il en sera de même quand on dira qu'un verre ou qu'un miroir a tant de pieds ou de pouces de *foyer*.

225. Une lentille ou un miroir sphérique quelconque étant donnés , on peut déterminer , par voie d'expérience, la longueur de leur foyer , en cette sorte.

I. Si c'est un miroir concave ou une Lentille convexe , présentez-les au Soleil , & cherchez le point où les rayons réfléchis ou réfractés , reçus sur un plan , formeront le cercle le plus petit d'un blanc le plus vif , & où les matières combustibles sont plus promptement enflammées ; ce point fera le foyer. Ou bien , couvrez la surface du miroir , ou une des surfaces du verre avec du papier noirci , & percé de plusieurs petits trous d'épingle , & cherchez à quelle distance tous les rayons du Soleil qui passent par ces trous se réunissent en une seule tache blanche : ou enfin présentez le verre ou le miroir à un flambeau assez éloigné pour être au-delà des centres de sphéricité , cherchez à quelle distance du flambeau & du miroir , ou du verre , il faut poser un plan , pour qu'il s'y forme une image renversée du flambeau , la plus distincte & la plus petite qu'il est possible ; alors vous aurez les données nécessaires pour calculer par les formules des miroirs & des lentilles , le rayon de sphéricité qu'ils doivent avoir , & par conséquent la longueur du foyer qui en est la moitié dans le miroir , qui lui est égale dans les lentilles également convexes des deux côtés , & qui en est le double dans les verres plan-convexes.

226. II. Si c'est un miroir convexe ou une lentille concave , on couvrira la surface du miroir , ou une des surfaces de la lentille avec du papier noirci & percé de plusieurs petits trous disposés en circonférence de cercle. Les rayons du Soleil qui passeront par ces trous , & qui seront reçus sur un plan , y feront des taches rondes & blanches , qui iront en s'écartant les unes des autres en circonférence de cercle , à mesure qu'on éloignera le plan ; & lorsque le diamètre de cette circonférence sera double de celui du cercle des petits trous , la distance du plan au milieu du miroir ou du verre , sera égale à la longueur du foyer qu'on cherche.

227. Pour faire cette expérience , lorsque le miroir est

LIBRE D'OPTIQUE. 85
convexe, il faut que le plan sur lequel on veut recevoir les taches, soit percé d'un trou un peu plus grand que le cercle des petits trous d'épingle, afin que la lumière du Soleil puisse parvenir au miroir.

ARTICLE II.

Des Télescopes par Réfraction.

228. **O**N construit ordinairement trois sortes de Télescopes par réfraction ou sans miroir, qui diffèrent entr'elles dans la figure, la position, & le nombre des oculaires.

229. La première espèce de Télescope, qu'on appelle *Lunette de Hollande*, ou *Lunette de Galilée*, (c'est celle qui a été inventée la première, vers l'an 1609, & qui a été seule en usage pendant près de quarante ans,) a pour oculaire un verre concave ou plan-concave PQ, (Fig. 31) placé entre l'objectif MN & son foyer o, en sorte que les axes des deux verres concourent en une même droite Ao, & leurs foyers en un même point o.

230. Par cette construction il est évident 1°. que parce que la surface de l'objectif peut être beaucoup plus grande que l'ouverture de la prunelle, il peut tomber sur l'objectif une quantité de rayons partis d'un même point d'un objet, beaucoup plus grande que celle qui pourroit entrer dans l'œil. 2°. Que l'objet étant comme infiniment éloigné, les rayons incidens & parallèles (représentés ici par AD, & par ses deux parallèles,) qui par la réfraction faite en traversant l'objectif MN, convergeroient au point o, redeviennent parallèles (197) après avoir traversé l'oculaire; mais que comme l'oculaire a été placé vers la pointe o du cône des rayons réunis par l'objectif, & que les rayons sont fort denses vers cette pointe, ces mêmes rayons sont fort denses en sortant de l'oculaire. 3°. Que par conséquent, si

au sortir de l'oculaire, ils sont reçus par un œil d'une vûe excellente, ou par un œil presbyte, ils doivent (211) y former une image du point de l'objet d'où ils sont partis, laquelle est d'autant plus vive, que le faisceau de rayons sortans de l'oculaire est plus dense qu'il n'étoit en rencontrant l'objectif, & que l'ouverture de l'objectif est plus grande que celle de la prunelle.

231. A l'égard des points B de l'objet OB, qui sont situés hors de l'axe Ao du Télescope, il est clair qu'ils envoient des rayons paralleles, (représentés ici par CD, & par ses deux paralleles) que l'objectif tend à réunir au point *b*, proche du point *o* (187) & qui rencontrant l'oculaire PQ, en sortent sensiblement paralleles & très-denses; de sorte qu'un œil presbyte ou un œil d'une vûe excellente, en doit recevoir une image très-vive du point B: mais parce qu'au sortir de l'oculaire, le faisceau qui forme cette image, diverge du faisceau qui forme celle du point *o*, un même œil ne peut recevoir en même tems ces deux images, à moins que sa prunelle ne soit assez ouverte & assez proche du concours F des directions de ces deux faisceaux; d'où il suit qu'en regardant un objet par le moyen de ce Télescope, on voit un nombre de ses parties, d'autant plus grand, que l'œil est plus proche de l'oculaire, & que l'ouverture de la prunelle est plus grande. Et parce que l'ouverture de la prunelle est naturellement fort petite, & qu'elle se rétrécit involontairement à proportion de la lumiere qui y entre, il est clair que le champ de ces sortes de Télescopes est d'autant plus petit que l'objet est plus lumineux, & que l'oculaire est d'un plus grand foyer. Enfin parce que la nature de la lumiere ne permet pas de mettre des oculaires d'un aussi petit foyer qu'on veut, qu'au contraire les foyers des oculaires doivent être plus longs, à proportion de la longueur des foyers des objectifs, comme on le verra dans la suite, (270) il suit que le champ de ces sortes de Télescopes est d'autant plus petit, que le Télescope est plus long. C'est cet inconvénient qui en a aboli l'usage pour les objets fort éloignés, & qui par conséquent demandent de longues lunettes; on n'en fait plus gueres.

de cette espèce, que ceux qui doivent être fort courts, pour ne pas trop grossir les objets, tels que sont ceux qu'on nomme vulgairement *Lorgnettes d'Opéra*.

232. On voit encore par la construction de ce Télescope, que les objets y doivent paroître droits : car le faisceau c de rayons qui fait voir l'extrémité B de l'objet qui est au-dessous de l'axe AK, est aussi reçu par l'œil dans une direction cF , qui vient de dessous l'axe.

233. Si on suppose que l'objet s'approche de plus en plus vers l'objectif, il est clair (196) que son image s'en éloignera à proportion, & par conséquent il faut éloigner aussi l'oculaire, en allongeant la Lunette, afin que son foyer concoure toujours avec l'image formée par l'objectif.

234. Si l'œil appliqué sur l'oculaire est myope, il faut rapprocher l'oculaire vers l'objectif, afin qu'il voye distinctement. Car alors les faisceaux de rayons qui sortoient de l'oculaire parallèles entr'eux, en sortent divergens; puisque (197) à mesure que l'objet bo s'éloigne du foyer du verre concave, les rayons réfractés convergent vers la partie opposée, & par conséquent ils divergent du côté où est l'objet bo , c'est-à-dire, du côté où l'œil est placé.

235. II. La seconde espèce de Télescope, & presque la seule dont on fasse usage dans les observations des astres, & qu'on appelle pour cette raison *Lunette astronomique*, n'a aussi qu'un oculaire, c'est une lentille PQ (Fig. 32.) convexe d'un ou des deux côtés : elle est placée de sorte que son foyer o concoure avec celui de l'objectif MN; mais ce foyer commun est entre les deux verres.

236. Selon cette construction, il est clair 1°. que les rayons partis d'un point O d'un objet OB infiniment éloigné, (ils sont représentés ici par AD, & par ses deux parallèles; on suppose encore que le point O est dans la droite qui passe par le centre des deux verres, laquelle s'appelle l'axe de la Lunette) ayant traversé l'objectif, vont en se croisant à son foyer, y former une image o du point O.

237. 2°. Que cette image peut être regardée comme un objet placé au foyer de l'oculaire PQ, & que par conséquent

les rayons qui l'ont formée venant à tomber sur l'oculaire, doivent (196) en sortir parallèles entr'eux, mais d'autant plus denses, que le foyer de l'oculaire est plus court que celui de l'objectif : ils doivent donc former dans un œil presbyte (211) ou dans un œil d'une vûe excellente, une nouvelle image du point O , d'autant plus vive, que la surface de l'objectif sera plus grande, ou qu'elle aura admis plus de lumière.

238. 3°. Qu'à quelque distance de l'oculaire que l'œil soit placé, pourvû qu'il soit dans la route du faisceau de rayons parallèles qui en sort, il doit voir également bien l'image que ce faisceau a formée au foyer commun de l'objectif & de l'oculaire.

239. 4°. Que les rayons parallèles partis de l'extrémité B de l'objet OB , doivent former en b près du foyer o , une image de cette extrémité (188), & que tombant ensuite sur l'oculaire, ils doivent en sortir parallèles entr'eux, mais d'autant plus inclinés à l'axe AF , que la courbure de l'oculaire est plus grande, en sorte que l'axe du faisceau qu'ils forment, doit aller couper l'axe commun des deux verres au foyer F de l'oculaire. Et par conséquent pour qu'un œil puisse voir toute l'image ob à la fois, il faut qu'il soit placé au point F où est l'intersection commune de tous les faisceaux de rayons venus de chaque point de l'image ob , ou de l'objet OB .

240. 5°. Que l'objet OB doit paroître renversé, puisque son image ob , qu'on voit par le moyen de l'oculaire, a une situation opposée à celle de l'objet ; & qu'on voit l'extrémité b par des rayons qui s'écartent de l'axe, en tendant au-dessus, tandis que le point B est au-dessous.

241. 6°. Que la grandeur du champ de ce Télescope dépend principalement de la grandeur de tout l'espace vers ob , qui peut être censé au foyer commun des deux verres : puisque l'œil placé au point F , peut voir (239) tous les points dont l'image est au foyer ou fort près du foyer de l'oculaire. Et c'est cet avantage qui a fait préférer ce Télescope à celui de la première espèce.

242. 7°. Que si l'objet s'approche de plus en plus vers l'objectif, son image s'en éloigne à mesure (196), & que par conséquent il faut en éloigner aussi l'oculaire, en allongeant le Télescope, afin que l'image reste toujours au foyer de l'oculaire. On peut donc, à l'aide de ce Télescope, voir également bien les objets proches ou éloignés, en mettant les deux verres à une distance convenable.

243. 8°. Que si celui qui se sert de ce Télescope est myope, il doit rapprocher l'oculaire vers l'objectif; ou, ce qui est le même, vers l'image *ob*, afin que cette image étant alors placée entre l'oculaire & son foyer, les rayons qu'elle laisse tomber sur ce verre, en sortent divergens (196).

244. III. La troisième sorte de Télescope, qui est la plus en usage pour voir les objets terrestres, n'est autre chose que le Télescope précédent, auquel on a ajouté seulement deux autres oculaires pour redresser l'image renversée. La Fig. 33. en fait comprendre aisément la construction. Les quatre verres MN, PQ, RS, TV, ont un axe commun *Af*. Le foyer de chacun concourt de part & d'autre avec le foyer de chaque verre, entre lesquels il se trouve. Les foyers de ces trois oculaires sont d'une égale longueur ordinairement. Soit OB, un objet infiniment éloigné: les rayons parallèles partis du point O, qui est dans l'axe de la Lunette, vont, en se croisant par la réfraction faite dans l'objectif, former au foyer *o* une image du point O; de-là tombant sur l'oculaire PQ, ils en sortent parallèles; rencontrant ensuite l'oculaire RS, ils en sortent convergens au foyer *ω*, où se croisant, ils forment une seconde image du point O; puis tombant sur l'oculaire TV, ils en sortent encore parallèles, & capables par conséquent de former dans un œil presbyte, ou dans un œil d'une vue excellente, une image vive de l'objet. De même, les rayons parallèles, partis de l'extrémité B de l'objet OB, après avoir traversé l'objectif, vont (187) former, en se croisant en *b*, une première image de ce point B; de-là tombant sur l'oculaire PQ, ils en sortent parallèles entr'eux, mais d'autant plus inclinés à l'axe *Af*, que le foyer de cet

oculaire est plus court : après avoir coupé cet axe en F, ils tombent sur le second oculaire RS, d'où ils sortent convergens, pour former en β une seconde image ; puis se prolongeans, ils rencontrent l'oculaire TV, d'où ils sortent encore parallèles & inclinés à l'axe, qu'ils vont couper au point f , où il faut placer l'œil pour voir l'image $\beta\omega$, comme ci-dessus (239), laquelle est droite, ou située de la même manière que l'objet OB.

245. Ce Télescope qu'on appelle communément *Lunette à quatre verres*, a, comme on voit, les mêmes propriétés générales que la *Lunette astronomique*. Les avantages de cette dernière, & qui ont déterminé les Astronomes à s'en servir préférablement à l'autre, sont 1°. que la *Lunette astronomique* est capable d'un plus grand champ, 2°. qu'elle peut supporter un oculaire d'un foyer plus court, & par conséquent qu'elle grossit davantage. On verra dans la suite les raisons de ces deux propositions, 3°. qu'elle est plus courte ; 4°. qu'il y a moins de perte de lumière, n'y ayant que deux verres à traverser.

ARTICLE III.

Des Télescopes Catadioptriques.

246. **L'**Idée générale de la construction d'un Télescope Catadioptrique, est de détourner le faisceau de rayons partis de l'objet, & qui s'étant réfléchis sur la concavité d'un miroir sphérique, convergent pour former une image F (Fig. 35.) de cet objet sur l'axe ou près de l'axe du miroir. La situation de cette image qui est en-deça du miroir & du même côté que l'objet, l'empêche d'être vûe directement par le moyen d'un ou de trois oculaires ; car il faudroit que le spectateur plaçât sa tête entre l'objet & l'image, ce qui empêcheroit la lumière de l'objet de parvenir au miroir en assez grande quantité, & assez près de l'axe.

247. Pour éviter cet inconvénient, on place un petit

miroir plan IH, incliné à l'axe du miroir sphérique de 45 degrés; ce miroir plan renvoye en o la pointe du cone des rayons réfléchis où est l'image, & on ajuste un ou trois oculaires dans la ligne oK, selon que l'on veut voir cette image renversée ou droite; pour cet effet, on perce le côté MN du tuyau du Télescope.

248. Le principal avantage de ce Télescope, qu'on appelle Newtonien, c'est de faire le même effet que les Télescopes à réfraction, quoiqu'il soit beaucoup plus court que ceux-ci; ce qui vient de ce que l'image formée par l'objectif, n'en est éloignée dans le miroir sphérique, que du quart de l'axe de sphéricité, (l'objet étant supposé à une distance infinie,) au lieu qu'elle est éloignée du verre également convexe du demi-axe de sphéricité; de ce que cette image ne se trouve pas placée entre l'objectif & les oculaires, comme dans les Télescopes à réfraction de la seconde & de la troisième espèce; mais surtout de ce qu'un même miroir objectif peut supporter des oculaires de foyers fort différens entr'eux, & même d'un foyer extrêmement petit; ce qui fait qu'un même Télescope Catadioptrique équivaut à plusieurs Lunettes à réfraction de différentes longueurs, parce que ces dernières ne peuvent gueres être bonnes, qu'en leur donnant des oculaires dont les foyers ayent certains rapports avec ceux des objectifs; & les limites de ces rapports sont assez étroites, comme on verra dans la suite.

249. Dans l'usage de ce Télescope, on voit que le miroir plan IH doit être mobile, pour faire tomber les images des objets au foyer de l'oculaire, puisque (145) cette image s'éloigne du miroir objectif à mesure que l'objet s'en approche. Il faut aussi que l'oculaire puisse couler le long du tuyau MN du Télescope, en même tems que le miroir plan IH se meut en-dedans de ce tuyau, afin que cet oculaire ait son foyer placé au sommet du cone des rayons détournés par le Miroir plan IH.

250. On voit encore que les myopes doivent rapprocher un peu le miroir plan IH, afin qu'en plaçant l'image entre

l'oculaire & son foyer, les rayons sortent de l'oculaire en divergeant autant qu'il est nécessaire pour la leur faire voir distinctement.

251. On construit encore une autre espèce de Télescope Catadioptrique, moins simple, & propre à voir les objets terrestres ainsi que les objets célestes, on l'appelle Gregorien : en voici une courte description.

On présente à un objet un miroir sphérique-concave AB (Fig. 36) & un peu au-delà de l'image F, qui s'en forme sur l'axe OF de ce miroir, on pose un autre miroir sphérique-concave CD, d'un foyer plus court, & d'une ouverture beaucoup plus petite, mais dont l'axe est dans la même droite que celui du premier miroir AB : l'image F est à l'égard du miroir CD, comme un objet placé entre son foyer G, & son centre E; c'est pourquoi (143) il s'en forme sur le même axe une seconde image H, laquelle est d'autant plus éloignée au-delà du centre E, que la première image F est plus près du foyer G du petit miroir, & parce qu'en approchant ce petit miroir de l'image F, ou en l'en écartant, on porte la seconde image H à la distance qu'on veut, on a coutume de la placer un peu en-deçà du miroir AB, qu'on perce vers son milieu I, afin que l'image H puisse être vûe à l'aide d'un oculaire PQ; & il est évident que cette image doit paroître droite. Car (147) elle est renversée à l'égard de l'image F, laquelle est renversée à l'égard de l'objet.

252. Lorsque l'objet est fort lumineux, on peut, pour aggrandir la seconde image, la faire tomber vers O au-delà du miroir AB, & placer en O le foyer d'un oculaire PQ, afin que les rayons qui tendent à former l'image vers O, tombant sur cet oculaire, en sortent parallèles, & soient reçus ensuite sur un autre oculaire placé au-delà du point O, qui les fasse converger en un point où il faut mettre l'œil.

253. On voit que dans ces deux sortes de Télescopes le petit miroir placé dans l'axe du grand, arrête nécessairement tous les rayons parallèles à l'axe, qui tomberoient

sur le milieu du miroir objectif ; c'est pourquoi il est indifférent qu'en cet endroit le miroir soit percé, ou non.

254. Les désavantages de ces Télescopes sont, qu'ils ont peu de champ ; qu'ils sont difficiles à diriger vers les objets ; qu'ils demandent des précautions extraordinaires, tant dans leur construction que dans leur usage ; qu'ils sont d'une très-grande dépense, & très-faciles à gâter.

A R T I C L E I V.

Des Microscopes.

255. **L**A première espèce de Microscopes qui soit en usage, est une simple Lentille MN (Fig. 34) convexe d'un ou des deux côtés, & qu'on appelle en général *une Loupe*. En la présentant à un objet OB, de sorte que le foyer qui est sur son axe, tombe sur le point O que l'on veut considérer, les rayons qui partent de ce point pour traverser la Loupe, en sortent parallèles (196) & par conséquent propres à former une image de ce même point dans un œil presbyte, ou dans celui d'une vûe excellente, placé à une distance quelconque sur leur direction. (Un œil myope verroit également le point O, en le plaçant un peu en-deçà du foyer de sa Loupe.) Le point B de l'objet OB, assez voisin de l'axe de la Loupe pour être censé à son foyer, envoie aussi des rayons qui sortent de la Loupe sensiblement parallèles entr'eux, mais d'autant plus inclinés à l'axe, que la convexité de la Loupe est d'une plus petite sphère, ou que son foyer est plus court. C'est pourquoi en plaçant l'œil vers le point o de cet axe, par où passe le rayon principal BC, (& par conséquent l'œil doit être fort près de la Loupe,) on verra distinctement l'objet OB, sous l'angle BoO, lequel fera paroître cet objet d'autant plus gros, qu'il est situé plus en-deçà de la portée ordinaire de la vûe.

256. Par exemple, de ce qu'un homme d'une vûe ordinaire ne peut distinguer parfaitement les objets, à moins

qu'ils ne soient éloignés de son œil d'environ 7 à 8 pouces ; si $o\omega$ représente cette distance, on ne pourra s'imaginer que le diamètre OB de l'objet qu'on voit distinctement à l'aide de la Loupe, soit aussi proche de l'œil qu'il l'est réellement, mais on le croira situé vers ω , de sorte qu'il paroîtra aggrandi (79) dans le rapport de $\omega\beta$ à OB, ou de $o\omega$ à oO . D'où on voit que la grosseur apparente des objets vus à l'aide d'une Loupe, dépend en partie de la conformation de l'œil.

257. II. A la place d'une Loupe, on se sert très-avantageusement d'une petite sphère de verre, qu'on forme très-facilement en faisant fondre un petit morceau de glace à la flamme d'une mèche imbibée d'esprit de vin pour éviter la fumée qui se mêlant avec le verre en fusion, rend les globules opaques. Car en reprenant la formule

$$x = \frac{6drR + 4erR - 2deR}{3dR - 6rR - de + 3dr + 2er} \quad (183), \text{ pour avoir l'ex-}$$

pression du foyer d'une sphere de verre, on a $e = 2r$, $r = R$, & $d = \infty$: donc en substituant $x = \frac{1}{2}r$: c'est-à-dire, que si on place un objet sur l'axe d'une sphere, à la distance d'un quart de son diamètre, les rayons de lumiere qui entreront dans la sphere près de cet axe, en sortiront paralleles entr'eux ; on pourra donc voir distinctement cet objet, qui paroîtra d'autant plus grossi, qu'il sera placé plus près de l'œil, & par conséquent que la sphere sera d'un plus petit diamètre.

258. On peut encore faire une espece de Microscope simple avec une boule de verre pleine d'eau. Elle fera à-peu-près le même effet qu'une petite sphere d'eau, à cause que l'épaisseur du verre de la boule étant très-petite, & formée d'ailleurs de deux surfaces concentriques, la réfraction se fera à-peu-près comme si la boule étoit toute d'eau. Mais parce que la réfraction est moindre dans l'eau que dans le verre, puisque (130) le sinus d'incidence dans l'eau est au sinus de l'angle brisé comme 4 à 3, le foyer de la boule, où l'objet doit être posé, afin que les rayons qu'il envoie sur la boule en sortent paralleles, est à la distance d'un demi-diametre de sphéricité de la boule ; ce qu'on

trouve facilement par la formule générale des foyers (182), en faisant $p=4$, $q=3$, $r=R$, $e=2r$, & $d=\infty$. D'où l'on voit qu'à diametre égal, ces boules ne grossissent pas tant les objets, que celles qui sont purement de verre.

259. On peut aussi faire une loupe purement d'eau, en faisant un petit trou dans une plaque mince de métal, & en le remplissant d'une goutte d'eau posée avec la tête d'une épingle, afin que la plaque ne soit pas mouillée vers les bords du trou, & que la goutte garde sa rondeur de part & d'autre. Cette Loupe d'eau fera encore un meilleur effet, si dans chacune des deux faces opposées d'une plaque épaisse d'environ $\frac{3}{4}$ de ligne, on fait une très-petite cavité sphérique sur un axe commun, & d'un rayon inégal, en sorte qu'il ne reste entr'elles qu'une très-petite épaisseur qu'on percera d'un trou d'éguille; & on remplira le tout avec une goutte d'eau.

260. III. La seconde espece de Microscopes a beaucoup de rapport au Telescope astronomique. Elle est composée de deux lentilles convexes, dont l'objectif MN (Fig. 37) est d'un foyer fort court: on place un objet OB un peu au-delà, afin que (196) son image *ob* soit éloignée & grossie à proportion; on place ensuite le foyer d'un oculaire au lieu où est cette image, afin de la voir distinctement.

261. On voit par cette construction, 1°. que la distance de l'image à la Lentille objective doit beaucoup varier, pour peu que celle de l'objet OB varie (196;) & comme il est difficile de s'assurer de placer un objet assez positivement en une place fixe, ou à une distance donnée; dans l'usage de ce Microscope, il faut toujours avancer ou reculer l'oculaire, jusqu'à ce qu'on voye distinctement l'image de l'objet: ou bien il faut pouvoir procurer à l'objet ou à tout le Microscope, un mouvement aussi doux qu'on veut; ce qui s'exécute avec plus ou moins de facilité, selon la construction de la monture de ce Microscope. 2°. Que l'objet paroît d'autant plus gros, que son image *ob* est plus éloignée de l'objectif MN, & qu'étant vûe à l'aide de l'oculaire, elle est plus en-deçà de la portée ordinaire (256) pour être vûe distin-

ément à la vûe simple. 3°. Que la grosseur apparente de l'objet doit varier à proportion que l'on l'éloigne de l'objectif, puisqu'à proportion l'image ob s'en rapproche aussi, & diminue en même tems.

262. IV. On place quelquefois un oculaire à-peu-près au milieu entre l'objectif MN & l'image ob, afin que cette image se fasse beaucoup plus proche de l'objectif, & que par conséquent le tuyau du Microscope devienne plus court : on aggrandit même par ce moyen le champ du Microscope, comme on le peut voir en construisant une figure, & en raisonnant comme au n°. 220.

263. V. Enfin on peut construire des Microscopes Catadioptriques, en plaçant un objet entre le centre d'un miroir concave & son foyer, afin que l'image qui se porte (143) au-delà du centre, puisse être vûe distinctement par le moyen d'un oculaire. Smith décrit aussi un Microscope formé de deux miroirs sphériques, l'un concave & l'autre convexe, percés tous deux d'un trou rond, fait dans leur milieu, pour laisser un passage libre aux rayons de lumière ; on place l'objet entre le centre & le foyer du miroir concave, & les rayons qui sont réfléchis sur ce miroir, sont reçus sur le miroir convexe, qui les renvoie former l'image vers le trou du miroir concave, où on la voit par le moyen d'un oculaire.

ARTICLE V.

Remarques générales sur les Télescopes & Microscopes.

264. **L** A tangente de l'angle sous lequel le demi-diamètre d'un I. *Objet est vû par un des deux premiers Télescopes, & même par le troisieme, en supposant les trois oculaires d'un foyer égal, est à la tangente de l'angle sous lequel on le voit à la vûe simple, comme la longueur du foyer de l'objectif, est à la longueur du foyer de l'oculaire, en négligeant l'épaisseur de ces verres.*

Car

Car on voit l'extrémité B de l'objet (Fig. 31 & 32) par le faisceau Fc de rayons parallèles, & son extrémité O par le faisceau oK: donc l'angle cFK des axes de ces faisceaux est celui sous lequel on voit l'objet par le moyen du Télescope: & à cause que l'image ob est au foyer de l'oculaire PQ, les rayons qui partent du point b (considéré comme un objet isolé) pour tomber sur l'oculaire, doivent (196) sortir parallèles au rayon principal bK; donc l'angle cFK = bKo. Mais l'angle ODB ou son égal bDo (puisque (195) le rayon BD traverse le verre MN sans se briser) est celui sous lequel un œil placé en D verroit l'objet OB sans le Télescope: donc l'angle sous lequel on voit l'objet par le Télescope, est à l'angle sous lequel on le voit sans Télescope, comme l'angle bKo est à l'angle bDo. Or dans les triangles rectangles bKo, bDo, en prenant bo pour rayon, oK est la cotangente de bKo, & oD la cotangente de bDo. Donc ces cotangentes sont comme oK à oD; donc (Elem. 737) les tangentes des angles bKo, bDo, sont entr'elles comme oD à oK.

265. COROLL. I. Puisque (77) les grandeurs apparentes des objets dépendent principalement des angles optiques, sous lesquels on voit leurs demi-diamètres, il suit que la grandeur du diamètre d'un objet vu au Télescope, est à sa grandeur à la vue simple, comme la longueur du foyer de l'objectif est à la longueur du foyer de l'oculaire: ou ce qui est le même, la grandeur apparente des diamètres des objets vus aux Télescopes, est en raison composée de la directe des longueurs des foyers des objectifs, & de l'inverse des longueurs des foyers des oculaires.

266. COROLL. II. De même, puisque (79) les distances apparentes des objets sont en raison inverse des angles optiques sous lesquels on voit leurs demi-diamètres, il suit que la distance apparente d'un objet vu avec une Lunette, est à la distance apparente à la vue simple, comme la longueur du foyer de l'oculaire, est à la longueur du foyer de l'objectif.

267. Ce qu'on vient de faire voir à l'égard des Télescopes par réfraction, est vrai à l'égard des Télescopes Catadioptriques, & à l'égard des Microscopes de la seconde

espece, ainsi qu'on peut s'en convaincre en relisant le tout sur la Figure 35, en mettant les lettres virgulées o' , b' , c' , K' , F' , à la place des lettres o , b , c , K , F , & en supposant le rayon incident OD , assez près de l'axe, pour qu'on puisse prendre le Triangle $o'b'D$ pour rectangle; & dans la Figure 37 en lisant la distance de l'image à l'objectif, à la place de la longueur du foyer de l'objectif.

268. COROLL. III. Pour voir les objets à l'aide d'une Lunette, en sorte qu'ils parussent les plus gros qu'il est possible, il faudroit que le foyer des objectifs des Lunettes fût fort long, & celui des oculaires fort court; & c'est pour cela qu'on emploie des Lunettes plus longues, à proportion que les objets sont petits & fort éloignés: mais la figure sphérique qu'on donne aux verres, & la nature de la lumière ne permettent pas de profiter de cet avantage autant qu'on pourroit d'abord se l'imaginer; on en verra la raison dans la suite.

269. II. Les Télescopes & les Microscopes qui ont une image de l'objet au foyer de l'oculaire, & du côté opposé à l'œil, ont cet avantage, que l'on peut mesurer toutes les dimensions de cette image, en faisant mouvoir dans tout l'espace qu'elle occupe, des fils extrêmement déliés, tels sont ceux qu'on leve de dessus une coque de ver à foye: (on appelle *Micrometre*, une machine destinée à procurer aux fils ce mouvement, & à en mesurer la quantité). Car ces fils se voyent très-distinctement, & l'oculaire est à leur égard un Microscope de la première espece; on aura ces dimensions avec d'autant plus de précision, que l'image sera plus grossie par l'oculaire, & que les fils seront plus exactement dans le même plan que l'image: & c'est ce dont on s'assûre, lorsque l'objet, la Lunette & les fils restant fixes, on meut l'œil en tout sens, sans que le même point de l'objet cesse de paroître sur un même endroit du fil.

270. Si par le mouvement de l'œil on s'apperçoit que l'objet ne reste pas fixe à l'égard des fils, alors on dit qu'il y a *parallaxe*, mot qui exprime que l'on voit l'objet différemment placé sur les fils selon les différentes positions de

l'œil. On corrige ce défaut en poussant le châssis qui porte les fils du Micrometre vers l'objectif ou vers l'oculaire, selon qu'en élevant l'œil, l'objet paroît s'élever ou s'abaisser à l'égard des fils.

271. *L'usage du Micrometre n'est sûr, ou ce qui revient au même, l'effet de la parallaxe des fils n'est insensible, qu'à proportion qu'on donne moins d'étendue au mouvement de ces fils, que l'ouverture de l'objectif est plus petite, & le foyer de l'oculaire plus long.* Car la sûreté du Micrometre dépend de la position de ses fils dans le plan précis où les foyers de l'objectif & de l'oculaire coïncident exactement : Or le foyer de l'objectif & celui de l'oculaire sont (189) des surfaces sphériques qui se touchent en-dehors, & qui ne peuvent par conséquent être censées coïncider dans un espace sensiblement plan, qu'à proportion que cet espace a moins d'étendue, & que les deux spheres sont d'un plus grand rayon. On verra dans la suite (279 & 298) que les images des objets ne forment sensiblement la surface d'une même sphere, qu'à proportion qu'on diminue l'ouverture des objectifs.

272. III. Si en gardant la même ouverture à l'objectif d'un même Telescope, on veut employer successivement différens oculaires pour voir un même objet, on le voit d'autant plus obscur, que le foyer de l'oculaire est plus court. Car les faisceaux de rayons paralleles, qui s'entrecoupent tous au lieu où l'œil doit être placé, forment une espece de cône, dont l'oculaire est la base, & le sommet dans l'œil : Ce sommet est d'autant plus obtus, que le foyer de l'oculaire est plus court ; d'où il suit que les rayons de lumière entrent dans l'œil plus écartés ou moins denses, & que par conséquent l'image qu'ils y forment, est d'autant moins vive, quoique plus grosse. *L'obscurité des images est en raison inverse des quarrés des longueurs des foyers des oculaires.* Car la quantité de lumière étant la même, (à cause de l'ouverture de l'objectif qui est la même), l'obscurité est d'autant plus grande, que la densité de la lumière est plus petite : la densité est d'autant plus petite, que l'espace que la lumière occupe est plus grand ; c'est-à-dire, que les aires des images

sont plus grandes, & par conséquent (Elem. 608) que les carrés des diamètres apparens des objets sont plus grands. Ainsi l'obscurité dans les Télescopes est en raison directe des carrés des diamètres apparens des images. Mais (265) les diamètres apparens sont en raison composée de la directe des longueurs des foyers des objectifs, & de l'inverse de celle des foyers des oculaires; & par conséquent la longueur du foyer de l'objectif restant la même, les diamètres apparens des images sont en raison inverse des longueurs des foyers des oculaires: donc l'objectif étant le même, l'obscurité des images est en raison inverse des carrés des longueurs des foyers des oculaires.

273. IV. Deux Télescopes ou deux Microscopes sont censés également bons dans leur espèce, lorsqu'ils font voir les objets avec la même clarté, ou avec une même vivacité de lumière; or en supposant les objectifs & les oculaires d'une matière également bonne, d'une figure & d'un poli également parfaits, *la clarté des objets est en raison composée de la raison directe des carrés des diamètres de l'ouverture de l'objectif, & de l'inverse du carré du nombre de fois dont chaque Télescope ou Microscope augmente le diamètre des objets.* Si donc c exprime la clarté, d le diamètre de l'ouverture, a la distance de l'objectif à l'image, b la longueur du foyer de l'oculaire, & par conséquent (265) $\frac{a}{b}$ le nombre de fois dont le diamètre des objets est augmenté, je dis que

$$c = \frac{b b d d}{a a}.$$

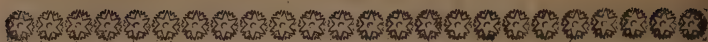
Car les aires des images formées sur la rétine sont comme les aires des images formées par l'objectif; & ces aires sont (Elem. 608) comme les carrés de leurs diamètres, & par conséquent (265) comme $\frac{a a}{b b}$. Si donc ces aires des images de la rétine sont les mêmes, leurs clartés seront comme la quantité de lumière qui passera par les ouvertures des objectifs: cette quantité est comme l'aire des ouvertures, & par conséquent comme les carrés des diamètres des ou-

vertures (Elem. 608). Ainsi les quarrés des augmentations du diametre de l'objet étant les mêmes, les clartés des images sont comme les quarrés des diametres des ouvertures des objectifs, ou $c = dd$. Mais si les ouvertures des objectifs étoient égales, les quantités de lumiere seroient égales, & la clarté des peintures seroit (272) en raison inverse des quarrés des diametres des images, ou $c = \frac{bb}{aa}$.

Donc les ouvertures des objectifs étant différentes, & les augmentations des diametres des objets n'étant pas les mêmes, l'expression de la clarté des images sera $c = \frac{bbdd}{aa}$.

274. V. Les grands Télescopes, tels que ceux qui grossiroient les diametres des objets 80, 100 fois ou plus, ne peuvent servir à voir distinctement les objets terrestres, mais seulement les astres. Car la lumiere des objets terrestres, déjà beaucoup plus foible que celle des astres, se trouve alors trop dispersée dans les larges images que forment les objectifs de ces Télescopes. D'ailleurs cette lumiere vient en rasant la surface de la terre; elle est à chaque pas arrêtée en partie ou détournée par les molécules grossieres qui s'élèvent dans l'atmosphere, & qui sont dans une agitation continuelle; d'où il résulte un tremblement dans les parties de l'image qui paroît mal terminée. Ce dernier inconvénient est sensible lorsqu'on observe les astres par un tems chargé de vapeurs humides ou agitées par la chaleur, ou par un vent très-violent, quoique le ciel paroisse clair & sans nuages.





CHAPITRE VI.

Des obstacles qu'on rencontre dans la construction des Télescopes & des Microscopes, & qui les rendent nécessairement imparfaits.

275. **O**N rencontre deux sortes d'obstacles dans la construction de toutes les machines dioptriques & catoptriques : le premier vient de la figure que l'on doit donner aux surfaces réfringentes ou réfléchissantes , laquelle ne peut être que plane ou sphérique ; du moins il est très-difficile & comme physiquement impossible d'en donner exactement une autre : le second vient de la décomposition qui se fait des rayons de lumière , lorsqu'ils se réfractent ou qu'ils se réfléchissent.

ARTICLE I.

Des obstacles qui viennent de la sphéricité des surfaces, & de la manière d'y remédier.

276. **O**N a vû dans le calcul des formules qui ont servi (134 & 182) à déterminer les longueurs des foyers des surfaces sphériques réfringentes & réfléchissantes, qu'on a supposé que la courbure de cette surface étoit insensible depuis l'axe de sphéricité qui passe par l'objet, jusqu'au point d'incidence du rayon parti du même objet, & qui tombe obliquement sur cette surface. Dans cette hypothèse les formules font voir que tous les rayons partis d'un même point vont se couper après leur réflexion ou réfraction, en un seul & même point : & comme cette hypothèse ne peut être vraie géométriquement, il suit qu'il n'y a pas de point unique où se fasse l'interfection de tous les rayons partis d'un

même point d'un objet , puis réfléchis ou réfractés par des surfaces sphériques : & qu'ainsi ce que nous avons appelé le *foyer* , ou le lieu de la vraie image , ne peut être que le lieu où se fait l'intersection de plus de ces rayons. Les points où se forment les intersections des autres rayons , sont d'autant plus multipliés ; que la surface réfléchissante ou réfringente est d'un plus grand nombre de degrés : on en peut voir un exemple & le calcul au n°. 136.

277. Chaque point d'intersection étant le lieu d'une image d'autant plus sensible , qu'il y a plus de rayons qui s'y entrecoupent , on voit que *toutes ces images voisines de la véritable , la doivent rendre confuse & défigurée.*

278. Etant donnés le nombre de degrés de l'étendue d'une surface réfringente ou réfléchissante , on peut calculer la longueur du foyer des rayons qui tombent sur ses bords (136 & 184) , & en la comparant à celle qu'on déduit des formules générales pour les foyers , on en conclura l'espace qui est occupé par ces deux foyers extrêmes. Cet espace n'est guères considérable que dans les Microscopes à réfraction , où , à cause de la petitesse du foyer de la lentille objective , sa courbure est très-sensible dans une petite étendue de sa surface.

279. On remédie à ces défauts causés par la sphéricité des surfaces , 1°. en donnant peu d'ouverture à la surface de l'objectif qui est tournée vers l'objet , en sorte que l'arc qui en mesure l'étendue , soit d'un très-petit nombre de degrés : ayant égard cependant à ce que ce peu d'ouverture n'empêche pas qu'il n'entre une quantité suffisante de lumière , pour rendre les images claires & vives : 2°. en mettant un *diaphragme* à l'endroit du foyer. C'est une surface noire , plane & opaque , percée d'un trou rond , d'un diamètre à-peu-près égal à celui de l'image du plus grand objet qu'on puisse voir distinctement par le moyen de l'oculaire. Les bords de ce diaphragme arrêtent les rayons inutiles , & les absorbent. 3°. On peint aussi le-dedans du tuyau en noir , pour arrêter tous les rayons qui viennent des objets fort écartés de l'axe , & qui étant entrés très-

obliquement , pourroient , après s'être réfléchis dans le tuyau , venir traverser l'image ou l'oculaire , & rendre la vision confuse.

280. De sçavans Géometres avoient démontré quelles étoient les courbures qu'il falloit donner aux surfaces réfringentes & réfléchissantes , pour leur faire réunir en un seul & même point , tous les rayons partis aussi d'un même point : mais malheureusement la sphéricité des surfaces est le plus petit des obstacles qui s'opposent à la perfection des machines d'Optique.

A R T I C L E I I.

Des obstacles qui viennent de la décomposition des rayons de la lumiere.

NOus avons avancé en parlant de la Vision (15), que la lumiere étoit un composé de rayons de différentes especes , de la combinaison desquelles dépendoient les couleurs : il faut montrer ici en peu de mots les principales expériences sur lesquelles cette assertion est fondée.

281. I. Supposons une chambre obscure (préparée comme au No. 5) que C (Fig. 38.) soit un petit trou par lequel un faisceau AB de rayons du soleil entre , & va former en D sur un carton blanc exposé au trou ou sur la muraille opposée LK , une image blanche de cet astre , composée (50) d'autant de cercles lumineux confondus , qu'il y a de points dans la surface du trou. Si l'on intercepte ces rayons , en y présentant une des faces QR d'un prisme triangulaire de verre , tellement situé , que son axe soit dirigé perpendiculairement à l'axe de ce faisceau ; alors l'image blanche D du soleil se change en une figure lumineuse FG , placée plus haut , oblongue , arrondie par les deux bouts , aplatie par les côtés , & composée des sept couleurs de l'arc-en-ciel , en sorte que l'espace *r* est rouge ,

l'espace *o* orangé, l'espace *i* jaune, &c.

282. D'où on voit 1°. que cette figure (ou *spectre*) n'a pû se former ainsi, à moins que les rayons du faisceau AB, qui sans le prisme seroient restés confondus jusqu'en D, n'ayent été séparés en se réfractant sur les deux faces inclinées QR, PR.

283. 2°. Que l'image D étant blanche, & le spectre FG étant composé de toutes les couleurs successives de l'arc-en-ciel, *le blanc ne doit être autre chose qu'un mélange de toutes les couleurs ensemble ; & chacune des autres couleurs, que des rayons d'une certaine espece.* Ce qui se prouve d'ailleurs par une infinité d'expériences, entr'autres par celle-ci.

284. II. Si l'on met une lentille convexe à la place où est le spectre FG, pour réunir en un même foyer tous les rayons qui le composent, en plaçant un plan uni à l'endroit de ce foyer, comme un carton, on y verra une image ronde & blanche. En rapprochant ce carton vers la lentille, l'image restera blanche vers le milieu ; elle sera terminée de rouge en bas, & de bleu pourpre par le haut, parce que la réunion des rayons n'est pas encore faite en cet endroit, & que le rouge domine vers F, le bleu & le pourpre vers G ; en éloignant le carton un peu au-delà du foyer par rapport à la lentille, on y voit une image blanche vers le milieu, bordée de rouge en haut & de bleu en bas, à cause que les rayons se sont croisés au foyer.

285. On voit 3°. que *les rayons rouges sont ceux qui se brisent le moins, ou qui sont les moins réfrangibles, ensuite les orangés, puis les jaunes, &c.* Et M. Newton a déterminé par des mesures fort exactes, que du passage de l'air dans le verre, le sinus de l'angle d'incidence est au sinus de l'angle brisé, (car ces deux sinus sont dans un rapport constant pour les rayons de la même espece,) ainsi qu'il est exprimé dans la Table suivante.



Pour toutes les nuances
successives des rayons
véritablement

depuis

jusqu'à

Rouges	} comme	}	1, 540.....	1, 5425	} à 1.
Orangés			1, 5425.....	1, 544	
Jaunes			1, 544.....	1, 54667	
Verds			1, 54667.....	1, 55	
Bleus			1, 55.....	1, 55333	
Pourpres			1, 55333.....	1, 55555	
Violetes			1, 55555.....	1, 56	

286. Il est aisé de reconnoître à la vûe des termes confus de chacune des couleurs du spectre, & de sa figure oblongue arrondie par les bouts, qu'il n'est qu'un amas d'images circulaires du soleil, qui sont chacune d'une couleur plus ou moins foncée, en suivant l'ordre que nous avons énoncé ci-dessus.

287. III. Si après avoir fait un trou à l'endroit du carton où le spectre FG se peint, en sorte qu'il ne passe par ce trou que des rayons rouges, on y présente un ou successivement plusieurs prismes, une ou plusieurs lentilles de verre; la lumière qui les traversera, ne donnera plus que du rouge quelque réflexion ou réfraction qu'on lui fasse souffrir, quelle que soit la couleur des verres au travers desquels on la fera passer, & celle des plans sur lesquels on l'arrêtera. Il arrivera seulement que ce rouge sera plus ou moins vif, selon que les couleurs de ces verres ou de ces plans seront plus ou moins analogues au rouge. Il en est de même des autres rayons colorés, lesquels étant une fois séparés des autres, ne peuvent plus perdre leur couleur.

288. On peut réunir ensemble, par une lentille de verre, deux ou trois des couleurs du spectre, & en former des couleurs composées à volonté; les nuances en varieront selon les rapports des quantités de rayons de chaque espèce: on les décomposera ensuite, si l'on veut, par le moyen du prisme.

289. IV. Soit un prisme isoscele QTH (Fig. 39) rectangle en T. Que sur la face TQ on fasse tomber un faisceau AK de lumière du soleil, à-peu-près perpendiculairement à cette face, afin qu'il puisse y entrer sans se briser, une partie DL de ce faisceau se réfléchit sur la base HQ, & sortant encore à-peu-près perpendiculairement à la face

HT, (à cause de l'angle droit T), elle va en faisceau de rayons parallèles de D en M; & mettant la face GE d'un prisme FGE, à-peu-près perpendiculairement à la rencontre de ce faisceau, on forme un spectre *vr*, avec toutes ses couleurs, (désignées ici par les premières lettres de leur nom) quoiqu'assez foibles, à cause du petit nombre des rayons réfléchis sur HQ. Le reste de la lumière du faisceau AD sort du prisme HTQ, réfractée & divisée en rayons de plusieurs couleurs DR, DO, DI, &c. En tournant un peu le prisme HTQ, sur son axe, de sorte que l'angle d'incidence du faisceau AD sur la base HQ, commence à devenir trop grand, pour que la lumière puisse sortir du prisme en se réfractant, & que par conséquent elle commence à ne pouvoir plus que se réfléchir, on voit d'abord disparaître le rayon violet DU, puis le pourpre DP, ensuite le bleu DB, &c. mais en même tems les couleurs *v*, *p*, *b* du spectre *vr*, deviennent successivement plus vives, ce qui fait voir que ces rayons qui disparaissent, vont en se réfléchissant sur HQ, se joindre au faisceau DM, & qu'ainsi les rayons les plus réfractés sont aussi réfléchis les premiers. Mais comme on observe constamment qu'il n'y a aucune différence sensible entre l'angle d'incidence & l'angle de réflexion d'un faisceau de rayon, il paroît que les rayons violets ne se réfléchissent les premiers, que parce qu'ils sont déjà séparés des autres au point D, & qu'ainsi la réflexion ne se fait qu'après une réfraction faite dans un très-petit espace compris entre le point d'incidence & le point de réflexion, de sorte que les rayons infiniment peu séparés dans ce petit espace par la réfraction qu'ils y souffrent, en sortent par la réflexion sous un angle égal à celui sous lequel ils y sont entrés.



ARTICLE III.

*Application générale des propriétés précédentes de la
Lumière aux Télescopes & aux Microscopes.*

290. **D**E la diverse réfrangibilité des rayons de lumière, il suit évidemment, que ce que nous avons appelé l'image d'un point, faite au foyer d'un verre, ne doit être réellement qu'une suite de points colorés r, o, i, u, b, p, v , (Fig. 40) arrangés selon l'ordre des couleurs de l'arc-en-ciel, en sorte que le foyer r des rayons rouges est le plus loin du verre, & le foyer v des rayons violets en est le plus près. Ces derniers rayons colorés étant prolongés, après avoir coupé l'axe, vont traverser ou du moins passer sur les bords des images qui sont plus loin du verre, ce qui les rend confuses, ou du moins les fait paroître entourées de franges colorées, dans lesquelles le bleu & le pourpre dominent ordinairement; & c'est ce que les Opticiens appellent des *Iris*.

291. Cet inconvénient tombe principalement sur les images formées par les objectifs des Télescopes & des Microscopes, & surtout 1°. lorsque ces images se font loin de l'objectif, parce que la séparation d'un faisceau de lumière en rayons colorés, causée par la réfraction, ne se faisant que sous de très-petits angles, elle devient sensible à proportion de la distance de l'image à la surface réfringente ou réfléchissante. 2°. Lorsque l'ouverture de l'objectif est grande, c'est-à-dire, que l'étendue de la surface de l'objectif qui reçoit la lumière, est un arc de plusieurs degrés; parce que plus cette ouverture est grande, plus l'angle d'incidence des rayons qui tombent vers ses bords est grand, leur réfraction est donc à proportion plus grande, & en même tems les angles des écarts des rayons colorés sont aussi plus grands; par conséquent les couleurs sont plus séparées, & cette séparation devient plutôt sensible.

ARTICLE IV.

Application aux Télescopes & Microscopes par Réfraction.

292. **P**Ar le calcul de la formule générale trouvée ci-dessus (182), en faisant $q=1$, & successivement $p=1,54$ pour les rayons rouges, puis $p=1,56$ pour les violets, on peut voir jusqu'où peut s'étendre le spectre coloré rv (Fig. 40) dans un Télescope. Ainsi en négligeant l'épaisseur du verre, ou faisant $e=0$, $r=R$ & $d=\infty$, on réduira la formule à celle-ci, $x = \frac{pr}{2pp-2p}$. On aura donc pour le foyer des rayons rouges, $x=0,9259r$, & pour celui des rayons violets, $x=0,8928r$. Or il est aisé de voir que la différence 331 entre ces deux coefficients, est la 28^e partie du plus grand, puisque 9259 divisés par 331 ont 28 pour quotient: Donc lorsque l'objet est à une distance infinie, la longueur du spectre coloré, formé par la différente réfrangibilité de la lumière, est $\frac{1}{28}$ de la longueur du foyer de la lentille.

293. Mais parce que la lumière est la plus dense & la moins séparée qu'il est possible vers l'endroit CD, qui est sensiblement au milieu du spectre coloré, & où par conséquent on peut supposer le vrai lieu de l'image des objets blancs, tels que sont les astres, il suit 1^o. que dans un Télescope, les termes de la vision confuse, occasionnée par la différente réfrangibilité des rayons, sont de part & d'autre du vrai lieu de l'image des objets éloignés, à $\frac{1}{55}$ environ de la longueur du foyer de l'objectif.

294. A cause des triangles semblables vCF , vAG , on a $CF:Fv::AG:Gv$; donc CF est aussi $\frac{1}{55}$ de AG: Donc 2^o. le diamètre CD des franges colorées qui entourent l'image F d'un point fort éloigné, est $\frac{1}{55}$ de l'ouverture de l'objectif.

295. REM. I. En plaçant l'image en CD, l'effet des

images particulieres r, o, j, u, b, p, v , est de jeter des nébulosités sur l'image F; & l'effet des rayons qui coupent CD, est d'entourer d'*Iris* cette image F: de sorte que chaque point sensible d'une image étant entouré d'*Iris*, & accompagné de nébulosité, l'image entiere d'un objet en devient confuse.

296. COROLL. I. Si l'objet vû par un Télescope est d'une certaine couleur, par exemple, rouge, il est clair que pour le voir distinctement, il faut allonger la lunette en retirant l'oculaire, parce que l'image la plus distincte de l'objet est vers r . Ce seroit le contraire s'il étoit bleu ou pourpre: d'où on voit que *le foyer des Télescopes & Microscopes varie selon la couleur des objets que l'on voit par leur moyen*. Il en est de même lorsque l'on voit les astres par un tems qui n'est pas parfaitement serein: selon que les vapeurs ou de légers nuages laissent passer plus de rayons d'une certaine couleur que d'une autre, l'image la plus sensible de cet astre se fait plus près ou plus loin de l'objectif, comme l'a remarqué M. Bouguer.

297. COROLL. II. Si au lieu de se servir de verre blanc pour faire l'objectif d'une lunette, on y employoit un verre coloré qui ne laissât passer que les rayons qui seroient de cette couleur, comme si on se servoit d'un verre bleu, alors les images ne pouvant être formées que par les rayons bleus partis de l'objet, elles ne seroient ni confuses ni entourées d'*Iris*, & l'on calculeroit exactement leur vrai lieu & leur grandeur, en employant le rapport de 1 à 1,551667 dans la formule des Télescopes & Microscopes. Mais il arriveroit que ces images seroient trop foibles de lumiere pour être distinctes.

298. COROLL. III. Il est évident que les angles de dispersion des rayons colorés restans les mêmes, plus la droite AG sera petite, plus CF sera petite. On peut même dire que Fv sera aussi plus petite, à cause que l'extension du foyer causée par la sphéricité du verre sera plus petite (279). *On diminue donc les Iris & les nébulosités de l'image F, à mesure qu'on diminue l'ouverture de l'objectif*. Mais comme

par ce moyen on perd de la lumière, & à proportion de la clarté dans l'image, on voit qu'il faut régler l'ouverture des objectifs, de sorte qu'il y entre suffisamment de lumière, que les images soient les plus nettes qu'il est possible, & sans Iris sensibles; ce qu'on ne peut déterminer que par l'expérience, & selon la bonté des verres dont on se sert.

299. REM. II. En faisant de pareils calculs pour les microscopes, selon les circonstances & les dimensions données, on verra dans quel cas les Iris & les nébulosités occupent un espace plus ou moins considérable, & sont par conséquent plus ou moins sensibles; d'où on déterminera combien on peut donner d'ouverture à l'objectif, pour laisser entrer le plus de lumière qu'il est possible, sans rendre l'image confuse. Pour le plus sûr, on pourra couvrir l'objectif de diaphragmes de différens diametres successivement, pour trouver celui qui fait le meilleur effet dans les circonstances présentes.

300. REM. III. Les rayons pourpres & violets du Spectre coloré sont très-foibles, & presque toujours insensibles, à moins que l'objet n'ait une lumière extrêmement vive, telle qu'est celle du soleil; les rayons bleus sont même assez foibles, aussi-bien que les rayons rouges qui sont vers r . Il suit de-là 1°. que dans les Télescopes & Microscopes, il faut diminuer de beaucoup la longueur du spectre coloré réel, pour la réduire à celle du spectre coloré sensible, & celle du diametre des Iris réelles, pour le réduire à celui des Iris sensibles. M. Newton trouve qu'au lieu de $\frac{1}{53}$, on peut mettre $\frac{1}{250}$ environ. 2°. Que le vrai lieu CD de l'image F doit être placé entre les foyers des rayons jaunes & orangés, où, selon les expériences du prisme, la lumière est la plus vive: (ce point se trouve en faisant dans la formule des foyers des verres $p = 31$ & $q = 20$).

301. REM. IV. En diminuant l'ouverture des objectifs, on n'ôte pas entierement les Iris, on ne fait que les diminuer; & ce qui en reste, paroît d'autant moins large & moins coloré, ou pour mieux dire, moins éloigné de la couleur de l'objet, que l'ouverture de l'objectif est plus pe-

tite, & l'objet plus lumineux : d'où il suit que *les Iris augmentent le diamètre apparent des images* ; ce qui a lieu aussi dans les objets qu'on regarde à la vûe simple : l'ouverture de la prunelle fait à l'égard des images qui s'en forment dans l'œil, ce que fait l'ouverture de l'objectif à l'égard des images qui sont à son foyer. Par cette observation on rend raison de plusieurs illusions optiques ; par exemple , 1°. *pourquoi un feu vû de loin paroît sous un angle plus grand qu'on ne le trouve par le calcul de sa largeur réelle comparée à sa distance*. C'est ainsi que M. Picard observa qu'un feu large de 3 pieds, vû de nuit dans une Lunette à la distance de près de 32000 toises ou 16 lieues Parisiennes, avoit un diamètre apparent de 8'', tandis qu'il ne devoit être que de 3'' & un quart. 2°. *Pourquoi les étoiles qui paroissent avoir un diamètre sensible, s'évanouissent en un instant, lorsque le bord obscur de la Lune vient à les rencontrer en s'avancant assez lentement vers elles*. 3°. *Pourquoi les plus belles étoiles paroissent avoir un diamètre à proportion plus petit, lorsqu'on les regarde avec un long Télescope, qu'avec un plus court, qui par conséquent grossit bien moins les objets*. Il faut remarquer que les ouvertures des objectifs des longs Télescopes sont à proportion plus petites que dans les Télescopes plus courts. Pour un Télescope astronomique de 30 pieds de long, on ne donne que 3 pouces d'ouverture à son objectif, & pour un Télescope de 3 pieds, on donne près d'un pouce d'ouverture. 4°. *Pourquoi en considérant la Lune avec un Télescope, lorsqu'elle est encore nouvelle, & que la lumière que la Terre lui renvoie est assez forte pour faire voir distinctement la partie de la Lune qui n'est pas éclairée par le Soleil, on voit que le demi cercle lumineux qui termine la Lune du côté du Soleil, est sensiblement plus grand que le demi-cercle qui la termine du côté opposé*. 5°. *Pourquoi lorsque le bord lumineux de la Lune s'avance vers une étoile de la première grandeur pour la cacher, cette étoile, dont la lumière est beaucoup plus vive que celle de la Lune, ne s'éclipse qu'après avoir paru entrer toute entière sur le disque de la Lune ; si ce n'est que cette étoile reste visible, tant qu'elle ne se trouve pas derriere le vrai bord de la*

Lune,

Lune, & qu'elle n'est que dans l'espace transparent qu'occupe l'Iris qui entoure la Lune.

302. SCHOLIE. Il résulte en général de toutes les observations précédentes, que ce n'est que par l'expérience & selon les différentes manières dont les corps sont éclairés & colorés, qu'on peut régler l'ouverture des objectifs des Télescopes & Microscopes, le vrai lieu des images & le diamètre des diaphragmes qu'on y doit placer pour en borner le champ.

303. A l'égard de la proportion qu'il doit y avoir entre la longueur du foyer de l'objectif & celle de l'oculaire, on ne doit aussi la déduire que de l'expérience, parce qu'elle doit varier beaucoup selon les circonstances de la perfection des objectifs, & de la lumière de l'objet. Ainsi, avec un objectif bien travaillé, on pourra voir très-distinctement un objet fort lumineux, à l'aide d'un bon oculaire d'un foyer assez court, parce que l'image étant sans défaut sensible & bien vive, on la pourra voir par une Loupe qui la grossisse beaucoup : mais si l'objet est obscur, on ne peut le voir que par un oculaire qui disperse peu la lumière de son image, & dont par conséquent le foyer ne soit pas trop court : ou si l'objectif a quelque défaut, ce qui rend aussi l'image défectueuse, il ne la faut regarder qu'avec un oculaire qui grossisse peu, afin que les défauts de l'image soient moins sensibles. Les objets qu'on veut voir de jour demandent aussi des oculaires plus foibles, à cause de la grande lumière, qui étant entrée dans l'œil du spectateur, l'a ébloui avant que l'œil fût appliqué à la lunette.

304. On ne peut donc établir sur toutes ces choses aucune règle constante de pratique : ce ne doit être que par l'usage des machines dioptriques, & par les mesures actuelles des dimensions de celles qui sont les plus estimées, que l'on doit se régler pour proportionner les parties de celles qu'on voudroit construire sur leur modèle. Ce qui doit s'entendre aussi des tuyaux, montures, & en général de tout l'appareil nécessaire pour l'usage de ces machines.

305. Nous ajouterons seulement ici les dimensions que

114 LEÇONS ÉLÉMENTAIRES
nos meilleurs Ouvriers donnent aux Lunettes & aux Microscopes ordinaires.

Pour une Lunette à quatre verres.

Longueur du Foyer des Objectifs.	Diametre de l'ouverture des Objectifs.	Longueur du Foyer des Oculaires.	Diametre du Diaphragme au Foyer de l'Objectif.	Augmentation des Diametres apparens des Objets.
1 pied	4 lignes $\frac{1}{2}$	16 lignes	4 lignes	9 fois
2	6 $\frac{1}{2}$	22	5 $\frac{1}{2}$	13
3	9	26	7 $\frac{1}{2}$	17
4	11	28	9	21
5	12	30	10	24
6	13	31	10 $\frac{1}{2}$	28
7	14	34	11	30
8	15	36	11 $\frac{1}{2}$	32

Cette Table suppose que les objectifs sont bons, sans être des plus excellens ; car ceux-ci pourroient supporter des oculaires d'un foyer plus court , & des ouvertures plus grandes à l'objectif & au diaphragme du foyer.

Pour les Lunettes Astronomiques.

Longueur du Foyer des Objec- tifs,	Diametre de l'ou- verture des Ob- jectifs.		Longueur du Foyer de l'Ocu- laire.		Augmentation des Diametres apparens des Objets.
pieds	pouces	lignes	pouces	lignes	environ
1	0	$6\frac{1}{2}$	0	8	20 fois
2	0	9	0	10	28
3	0	$11\frac{1}{2}$	1	$0\frac{1}{2}$	34
4	1	1	1	$2\frac{1}{2}$	40
5	1	$2\frac{1}{2}$	1	4	44
6	1	4	1	6	49
7	1	$5\frac{1}{2}$	1	$7\frac{1}{2}$	53
8	1	$6\frac{1}{2}$	1	$8\frac{1}{2}$	56
9	1	8	1	$9\frac{1}{2}$	60
10	1	9	1	11	63
11	1	10	2	0	66
12	11	1	2	2	69
14	2	$0\frac{1}{2}$	2	3	75
16	2	2	2	5	79
18	2	4	2	7	85
20	2	$5\frac{1}{2}$	2	$8\frac{1}{2}$	89
25	2	8	3	0	100
30	3	0	3	$3\frac{1}{2}$	109
35	3	3	3	7	118
40	3	6	3	10	126
45	3	8	4	$0\frac{1}{2}$	133
50	3	10	4	3	141

306. Lorsque les objectifs sont excellens, on peut leur donner des ouvertures plus grandes, & des oculaires d'un foyer plus court. C'est ainsi qu'un objectif excellent de 34 pieds, travaillé par Campani, porte aisément un oculaire de deux pouces & demi de foyer, & une ouverture de 4 pouces de diametre: alors il amplifie 163 fois les diametres apparens des objets celestes qui conservent une clarté suffisante.

307. Pour un Microscope à trois verres, l'oculaire doit être d'un pouce de foyer, & d'environ 9 lignes de diame-

tre; le verre du milieu placé à huit lignes de distance de l'oculaire, doit avoir 18 lignes de foyer, & un pouce de diamètre. On y peut ajuster différentes Lentilles objectives de rechange; par exemple, de 6, de 4, de 2, de 1 lignes de foyer: mais les ouvertures de ces Lentilles doivent être très-petites, & assujetties à la bonté des verres. Leur distance à l'oculaire peut être de six pouces environ.

A R T I C L E V.

Application aux Télescopes & Microscopes Catadioptriques.

308. **L'**Expérience a fait voir que les images formées par réflexion n'étoient pas à beaucoup près si sujettes à être confuses que celles qui sont formées par la réfraction. On conçoit en effet que puisque les rayons, après s'être séparés par la réfraction, vont en s'écartant de plus en plus, les différens faisceaux qu'ils forment doivent se distinguer de plus en plus par leurs couleurs. Mais dans la réflexion, la séparation des rayons paralleles ne se fait pour ainsi dire que dans le point d'incidence, ou que dans l'intervalle compris entre le point d'incidence & le point de réflexion. Après la réflexion ces rayons infiniment peu séparés sont encore sensiblement paralleles, ce qui fait qu'on ne peut appercevoir cette séparation de rayons, il arrive seulement que les faisceaux de rayons réfléchis sont tant soit peu plus gros qu'auparavant. On ne doit donc pas appercevoir des Iris dans les Télescopes catadioptriques, mais seulement un peu de confusion dans les images, causée en partie par ce renflement des faisceaux, en partie par la sphéricité des miroirs. D'où il suit qu'on peut donner une ouverture beaucoup plus grande aux miroirs objectifs des Télescopes & Microscopes, qu'aux verres objectifs de même foyer, ce qui doit rendre les images par réflexion, beaucoup plus vives, & par conséquent distinctement visibles à l'aide

d'une Lentille d'un foyer très-court : elles peuvent donc paroître très-grandes sans cesser d'être claires ; avantages qu'on ne peut se procurer avec des Télescopes par réfraction, à moins qu'ils ne soient d'autant plus longs (comme les Tables de l'Article précédent le font voir,) & par conséquent d'autant plus incommodes à manier.

309. Dans l'usage des Télescopes Catadioptriques de la première espèce (décrite N°. 246) on se sert de différens oculaires, selon la lumière de l'objet que l'on veut voir, & selon la grandeur dont on veut que son diamètre apparent soit augmenté. Voici les dimensions qu'on peut donner aux parties de ce Télescope, pour faire un bon effet. (Voyez Smith, Tom. I. pag. 364).

Longueur du Foyer du Miroir concave,	Diamètre de l'Ouverture du Mi- roir.		Longueur moyen- ne du Foyer de l'Oculaire.		Augmentation des Diamètres appars des Objets.
pieds	pouces	lignes	lignes	centièmes	environ
$\frac{1}{2}$	0	11	2,	00	36 fois
1	1	6	2,	39	60
2	2	6	2,	83	102
3	3	3	3,	13	138
4	4	1	3,	37	171
5	4	10	3,	54	202
6	5	7	3,	73	232
7	6	3	3,	88	260
8	6	11	4,	01	287
9	7	7	4,	13	314
10	8	2	4,	24	340
11	8	9	4,	34	365
12	9	4	4,	44	390

A l'égard du petit miroir plan IH (Fig. 35) il doit être ovale, parce qu'il coupe sous un angle de 45° l'axe A o' du cône D o' D de rayons incidens parallèlement à l'axe : ses dimensions se reglent sur l'espace que tous les rayons réfléchis occupent à l'endroit où on doit poser le miroir, pour faire usage de l'oculaire, dont le foyer est le plus court ; ce qui se peut aisément calculer. J'ai un pareil Télescope, dont le foyer du miroir objectif est de 2 pieds : le petit miroir a près de 7 lignes dans sa plus grande largeur, & 5 dans sa plus petite.



CHAPITRE VII.

Diverses Questions sur l'Optique.

LA nécessité d'être court dans ces Leçons, & la connexion trop intime d'un grand nombre des parties de l'Optique avec la Physique Expérimentale, qui ne fait pas l'objet de nos Exercices, nous ont obligé de passer sur une infinité de recherches curieuses & intéressantes. Cependant pour tenir lieu de supplément à ce qu'il y a de moins dépendant de la Physique, & pour exercer les Commencans, nous allons proposer quelques questions, en indiquant seulement les réponses.

310. I. *Pourquoi voit-on de grandes traînées de lumière, lorsqu'on reçoit un coup à la tête dans l'obscurité ?*

Le coup ébranle & fait trémousser pendant quelque tems toutes les parties élastiques de la tête, & par conséquent les fibres des nerfs optiques, ce qui excite une sensation pareille à celle d'une lumière confuse.

311. II. *Pourquoi voyons-nous beaucoup mieux à travers les vitres les Passans dans la rue, que les Passans ne nous voyent à travers les mêmes vitres ?*

Ceux qui sont dans la rue sont dans un grand jour, où le peu de rayons qui sortent de la chambre par les vitres, fait peu d'impression ; c'est le contraire pour ceux qui sont dans la chambre.

312. III. *Pourquoi en regardant au jour la tête d'une éguille posée près de l'œil, & entre l'œil & un carton percé d'un très-petit trou d'éguille, cette tête paroît-elle derrière le carton & renversée ?*

On ne la voit pas en-deçà du carton, parce qu'elle est trop près de l'œil, & l'on la voit au-delà & renversée, par la même raison qu'un spectateur placé en-dehors d'une chambre obscure, & qui y pourroit regarder par le trou,

sans empêcher la lumière d'y entrer, verroit les images renversées des objets extérieurs.

313. IV. *Pourquoi un charbon allumé tourné rapidement, paroît-il faire un ruban de feu ?*

L'impression de la lumière sur la rétine, y cause des trémoussemens, qui ont une certaine durée, pendant laquelle la sensation reste la même : & ces trémoussemens durent pendant le tems de la révolution du charbon, lorsque l'on lui fait décrire très-rapidement un petit cercle.

Le sens de la vue est un des plus paresseux : le passage successif & rapide de plusieurs couleurs différentes, n'y peut donc faire autant d'impressions distinctes, ni procurer à la vue un plaisir semblable à celui qu'on procure à l'oreille par une suite de sons harmonieux produits rapidement.

314. V. *Pourquoi voit-on souvent un grand nombre de nuages blancs, disposés en bandes circulaires, peu larges, & qui se réunissent toutes à un même point dans l'horizon ?*

Quand des nuages fort légers, & par conséquent fort hauts, sont détachés les uns des autres, un vent un peu élevé & parallèle à l'horizon, les chasse tous du même côté en longues bandes parallèles entr'elles & à l'horizon, lesquelles doivent (82) paroître tendre à un même point de réunion dans la ligne de niveau qui passe par l'œil, & par conséquent dans l'horizon. Et parce qu'on voit ces bandes fort éloignées, comme si elles étoient couchées sur le fond de la voûte céleste, elles paroissent circulaires.

315. VI. *En regardant un Lustre allumé, suspendu à une longue corde, & qui tourne sur son axe, pourquoi arrive-t-il souvent que les uns soutiennent qu'il tourne dans un sens, & les autres dans le sens opposé, quoiqu'on le voye du même endroit ?*

Les bougies allumées forment un cercle; on rapporte le mouvement du Lustre au diamètre qui passe par l'œil. A une distance un peu considérable, on ne peut s'assurer quelle est la bougie qui est à l'extrémité de ce diamètre la plus éloignée de l'œil (89), sur-tout quand le plan du cercle passe à-peu-près par l'œil, ou quand on ne fait pas attention à l'effet de la perspective. Donc de deux personnes

qui prendront la bougie la plus proche, l'un comme la plus proche, l'autre comme la plus éloignée, le premier verra le Lustre tourner dans un sens, le second dans le sens opposé.

La même chose peut arriver à deux personnes qui ne voyent que très-obliquement le plan d'une girouette, ou celui des aîles d'un moulin-à-vent un peu éloigné.

316. VII. *D'où vient l'éblouissement qu'on sent en passant de l'obscurité à un grand jour, & l'aveuglement en passant du grand jour dans une obscurité médiocre ?*

Dans l'obscurité la prunelle est extrêmement ouverte, dans le grand jour son ouverture est fort petite. Le mouvement de l'Iris par lequel cette prunelle se dilate ou se contracte n'est pas fort prompt : la lumière qui tombe subitement sur la prunelle très-ouverte, entre en trop grande quantité pour faire une image distincte (288), elle ébranle trop subitement & trop violemment les organes de la vûe, c'est l'éblouissement. Un œil dont la prunelle est très-resserrée, & qui passe subitement dans l'obscurité, ne reçoit pas d'abord assez de lumière pour distinguer quelque chose, c'est l'aveuglement : il ne cesse que lorsque la prunelle a eu le tems de se dilater suffisamment.

317. VIII. *Pourquoi un objet posé fort près de l'œil, & vu par un très-petit trou d'épingle fait dans un feuillet de papier noirci, paroît-il d'autant plus gros qu'il est plus près de l'œil, tandis qu'en le regardant sans ce petit trou, il paroît sensiblement de la même grosseur, quoiqu'on le mette à différentes distances de l'œil.*

La vision se fait parfaitement par ce trou (213), & le papier posé sur l'œil, arrête la vûe des objets circonvoisins, & ne laisse à juger de la grosseur des objets, que par la grandeur des images formées dans l'œil.

318. IX. *Pourquoi un papier mouillé paroît-il plus gris & plus transparent ?*

Un papier sec a ses pores embarrassés de filets entrelacés, la liqueur qui pénètre les pores range ces filets, & ces pores deviennent comme de petits tuyaux pleins de liqueur & propres à transmettre la lumière : ce qui donne au papier la transparence en lui ôtant l'éclat qu'il tenoit des rayons qui ne pouvoient le pénétrer.

319. X. *Pourquoi certaines personnes voyent-elles plus clair la nuit que d'autres ?*

Ce sont principalement les Myopes, qui voyent distinctement & sans effort les objets voisins, au lieu que ceux qui ont une bonne vûe ordinaire, sont obligés de serrer les yeux & par conséquent de rétrécir leur prunelle, pour voir les objets fort proches, ce qui fait qu'ils en reçoivent beaucoup moins de lumiere que les Myopes.

320. XI. *Pourquoi les Myopes voyent-ils ordinairement les objets éloignés plus gros que ceux qui ont une bonne vûe ?*

Les images distinctes ne se font dans l'œil qu'au point d'intersection des rayons de lumiere partis d'un même point : l'œil myope ne reçoit sur la rétine tous ces rayons qu'au-delà de leur point d'intersection, & par conséquent en un endroit où ces rayons font des faisceaux plus écartés.

321. XII. *Pourquoi ceux qui deviennent Presbytes ne peuvent-ils plus lire une écriture fine, qu'en l'exposant au Soleil, ou qu'en mettant une forte lumiere fort près de cette écriture ?*

Une lumiere très-vive fait rétrécir leur prunelle, & la réduit à n'être presque qu'un très-petit trou, au-travers duquel la vision est distincte (213).

322. XIII. *Pourquoi ceux-même qui ont la vûe fort bonne, croyent-ils voir une espece de visage dans la Lune pleine, tandis qu'avec un Télescope on n'en voit aucune apparence ?*

Il y a sur la Lune, & sur-tout vers deux de ses bords opposés, de grandes taches, ou pour mieux dire, de grands espaces plus obscurs que le reste : (les Astronomes appellent ordinairement ces grands espaces obscurs, *les Mers de la Lune*). Ces amas de grandes taches ne vont pas jusqu'aux bords de la Lune, ni jusqu'au centre, mais ils sont disposés de part & d'autre du centre, & séparés par une bande plus claire, qui traverse la Lune par le milieu de son disque, & qui est cependant entrecoupée vers ses deux bouts, de taches longues & étroites & de points brillants. Il n'y a pas de doute que la grande distance de la Lune à la Terre, & l'éclat de sa lumiere totale, n'empêchent de voir bien distinctement les vraies figures de ces espaces clairs & obs-

curs. Cela joint au préjugé reçu à la vûe des images de la pleine Lune dessinée comme un visage, fait que les deux grands espaces obscurs, bordés d'un clair vif vers la circonférence de la Lune, & séparés par un clair vers le milieu, paroissent être comme des joues, cet espace clair du milieu comme un nez, & les clairs semés d'obscurs vers ses deux extrémités semblent former le reste du visage. Mais le Télescope faisant voir distinctement toutes les parties de la Lune bien terminées, cette apparence de visage s'évanouit entièrement.

323. Ceci nous conduit à une observation importante. Si l'éclat de la lumière de la Lune étoit la principale cause de la confusion avec laquelle on voit ses taches, on y remédieroit aisément, en la regardant par un petit trou (212). Cependant quoique ces taches soient assez grandes, & quelque excellente que soit la vûe de l'Observateur, on ne peut les voir bien terminées qu'à l'aide d'un Télescope : il faut donc que la Lune soit au-delà de la portée des meilleurs yeux ; & comme elle est éloignée de la terre d'environ 90000 lieues, que par conséquent les rayons qu'un même point de sa surface nous renvoie, sont aussi sensiblement parallèles qu'il est possible, il suit clairement que *le parallélisme des rayons de lumière, en entrant dans un œil d'une vûe excellente, n'y cause pas une vision distincte, mais qu'au contraire il leur faut toujours un peu de divergence* : sans cela en effet les objets les plus éloignés se verroient très-distinctement ; ce qui est évidemment faux & contraire à l'expérience. Par le moyen des Télescopes, on peut procurer aux rayons de lumière la divergence qui leur est nécessaire ; on peut par conséquent voir toujours les objets distinctement, toutes choses d'ailleurs égales. Mais pour cela le foyer de l'oculaire ne doit pas concourir exactement avec le lieu de la vraie image formée par l'objectif ; il doit être tant-soit-peu au-delà, afin que les rayons en sortent divergens. La différence néanmoins est presque imperceptible dans les Télescopes ; mais elle est sensible dans les Microscopes tant simples que composés, à proportion de l'aug-

mentation qu'ils donnent aux diametres apparens des objets, & selon la conformation de l'œil de celui qui s'en sert. C'est pourquoi il ne faut pas prendre à la rigueur les regles générales que nous avons données, tant pour la construction que pour le calcul des effets des Télescopes & Microscopes, & qui supposent que pour la vision distincte des images, les rayons doivent sortir des oculaires en faisceaux parallèles. Nous nous sommes arrêtés à cette hypothese, parce que le parallélisme est un cas simple, & qu'il est à très-peu près celui qui convient à la nature des yeux bien conformés. Ces regles peuvent donc passer pour suffisamment exactes dans les Télescopes ; mais dans les Microscopes on doit les regarder comme propres à déterminer à-peu-près les circonstances nécessaires pour voir distinctement les objets, & pour connoître le rapport entre leur grandeur réelle & leur grandeur apparente, en sorte qu'il n'y ait plus qu'un très-petit tâtonnement à faire, pour avoir la meilleure position des verres entr'eux & par rapport à l'objet, & qu'à corriger le calcul des regles générales, par la mesure des dimensions que l'expérience aura déterminées dans les différens cas.

324. XIV. *Pourquoi lorsque le Soleil ou une autre lumiere vive éclaire le dedans d'un vase rond, voit-on en dedans de ce vase deux especes de demi-cercles lumineux, qui se joignent en forme de cœur, & dont le point de réunion se rapproche d'autant plus du centre ou de l'axe du vase, que la lumiere se rapproche aussi de ce vase ?*

Ces courbes lumineuses sont l'effet des intersections très-voisines des rayons de lumiere réfléchis sur chacun des points consécutifs de la demi-circonférence concave du vase qui est éclairée, comme la Figure 41 le fait voir. Le point B est le foyer de cette demi-circonférence, & sa distance au centre dépend (145) de celle de l'objet lumineux à la circonférence éclairée. Les deux courbes AB, BC, s'appellent *caustiques par réflexion*.

325. XV. *Pourquoi en poussant une épée nue vers un grand miroir sphérique-concave, fait-on peur à ceux qui se regardent dans ce miroir ?*

Lorsque l'épée est située entre le centre & le foyer du miroir, son image renversée est en-deçà du miroir & du même côté que les spectateurs ; cette image s'éloigne du miroir (143) à mesure que l'épée en approche réellement : la pointe semble par conséquent se porter vers les spectateurs.

326. XVI. *Lorsque le Soleil , la Lune ou un flambeau éclairerent une eau courante , comme une Riviere , pourquoi voit-on sur sa surface une très-longue traînée lumineuse , tremblante & interrompue ?*

Les parties de l'eau courante glissent les unes sur les autres en petites lames , qui font l'effet d'autant de petits miroirs plans différemment inclinés , & qui changent à tout moment de grandeur , de place , de vitesse & d'inclinaison : elles se présentent tantôt du côté du spectateur , tantôt à l'opposite.

327. XVII. *En regardant fort obliquement dans une glace de miroir , pourquoi y voit-on cinq ou six images d'une bougie allumée & posée tout près du miroir ?*

L'épaisseur de la glace est composée de plusieurs couches ou lames de verre posées les unes sur les autres , & dont les surfaces font l'effet d'autant de miroirs plans.

328. XVIII. *Pourquoi lorsqu'un bâton droit est à-demi enfoncé dans l'eau , paroît-il toujours tellement brisé à la surface de l'eau , que lorsque l'œil d'un spectateur est dans le plan de l'angle brisé , la portion qui est dans l'eau semble d'autant plus courte & d'autant plus inclinée vers le spectateur & vers la surface de l'eau , que la portion qui est hors de l'eau , est plus inclinée vers la surface de l'eau du côté où est le spectateur.*

La réponse est facile à la simple inspection de la Figure 42, où les rayons HT, GT, qui partent du bout T du bâton , étant brisés , puis reçus par l'œil en O dans les directions HO, GO, ils paroissent concourir en τ ; de sorte que l'œil en O voit la partie BT du bâton , comme si elle étoit B τ , au lieu que l'œil en o la voit comme si elle étoit B t.

329. XIX. *Pourquoi les objets vus à travers une masse d'eau ou un morceau de glace de miroir un peu épais , paroissent-ils plus gros , plus proches , & souvent plus clairs ?*

Soit IK (Fig. 43) l'ouverture de la prunelle. L'objet O se voit à travers le verre par les rayons extrêmes OBDI, OCEK, qui paroissent venir du point o, & former un angle IoK plus grand que l'angle à la vûe simple IOK. Les rayons qui tombent de l'objet sur le verre entre B & C, parviennent à l'œil; à la vûe simple, il n'y peut parvenir que les rayons compris entre F & G, & qui sont par conséquent en moindre quantité.

330. XX. *Pourquoi un plongeur ne peut-il voir que très-confusément les objets lorsqu'il est dans l'eau ?*

La réfraction des rayons à l'entrée de l'air dans l'eau, est presque aussi grande que celle qui se fait dans notre œil : donc lorsque l'œil est dans l'eau, il ne se fait qu'une très-petite réfraction des rayons, & par conséquent il ne s'y peut former d'images distinctes, que fort au-delà de la rétine.

331. XXI. *Pourquoi les crystallins des poissons sont-ils des globes sensiblement sphériques & solides ?*

L'humeur aqueuse eût été inutile dans les yeux des poissons, & si leur crystallin eût été enfoncé comme dans les animaux terrestres, leur vision n'eût pas eu assez de champ : il a donc fallu placer le crystallin sous la prunelle, donner beaucoup d'ouverture à cette prunelle : faire ce crystallin plus dense pour rendre la réfraction plus grande, & le faire sphérique pour laisser peu d'intervalle entre sa surface intérieure & le fond de l'œil.

332. XXII. *Pourquoi ceux qui regardent un flambeau en clignant les yeux ou en pleurant, voyent-ils sortir du flambeau des traînées de lumière, sur-tout dans la partie supérieure & dans la partie inférieure ?*

C'est l'effet d'une réfraction irrégulière, qui se fait dans les liqueurs qui humectent les bords des paupières, qu'on approche des bords de la prunelle en clignant les yeux, ou dans celles qui se répandent sur la cornée en pleurant.

333. XXIII. *Pourquoi un objet vu à travers d'un verre à facettes, paroît-il multiplié à proportion du nombre de ces facettes ?*

De tous les rayons, qui partis d'un objet un peu éloigné tombent sous des angles à-peu-près égaux sur l'étendue d'une

des facettes, plusieurs parviennent à l'œil par le moyen des deux réfractions : ils forment un faisceau capable de peindre dans l'œil une image de l'objet, qui doit par conséquent paroître situé dans l'axe de ce faisceau. Or chacune de ces facettes étant différemment située l'une à l'égard de l'autre, elles doivent produire autant de faisceaux, dont les axes ont des positions déterminées par celles des facettes ; on doit donc voir autant d'images différentes & différemment situées, qu'il y a de facettes qui envoient des rayons dans l'œil.

334. XXIV. *Pourquoi les objets paroissent-ils si gros par le moyen de la Lanterne Magique ?*

AC (Fig. 44) est un miroir sphérique-concave, B une forte lumière posée un peu en-deçà du foyer, pour faire converger les rayons de lumière réfléchis sur le miroir, DD une lentille de verre pour les faire converger davantage, aussi bien que ceux qui viennent directement du flambeau B ; EF est un objet peint de couleurs transparentes, sur un morceau de glace & dans une situation renversée. Les rayons qui traversent cet objet, tombent sur la lentille GH, qui les fait converger & former une image en K, où se trouve l'ouverture d'un diaphragme, qui arrête les rayons inutiles, & dont la réfraction est irrégulière. Les rayons s'étant croisés en K, rencontrent une lentille LM d'un foyer assez long, qui fait diverger extrêmement tous ces rayons, qu'on reçoit sur un plan blanc & uni, à la plus grande distance qu'il est possible, en ménageant la lumière & la distinction dans l'image *se* qui se peint droite sur ce plan. Or il est visible que pour produire tous ces effets, la lentille DD doit avoir son foyer en-deçà de B, la Lentille GH doit avoir un de ses foyers entr'elle & l'objet EF, le foyer de la lentille LM doit être au-delà de K vers GH.

335. XXV. *Pourquoi en regardant une bougie au travers d'un petit trou fait dans une plaque de métal, & rempli d'une goutte de liqueur transparente, & qui contient de petits animaux, voit-on quelquefois très-distinctement un de ces animaux extrêmement gros ?*

La surface intérieure de la goutte est à l'égard de l'animal qui y nage, comme un miroir sphérique-concave. Si donc l'animal est entre le foyer & la surface intérieure opposée à l'œil, en sorte que les rayons partis de l'animal & réfléchis sur cette surface qui les renvoye du côté de l'œil, viennent à sortir de la boule parallèles entr'eux, l'œil qui les recevra verra l'image de la surface de l'animal qui est opposée à l'œil, & cette image sera d'autant plus grande, que l'animal sera plus près du foyer du miroir sphérique qui la forme.





TROISIEME PARTIE.

De la Perspective.

CHAPITRE PREMIER.

*Notions & Principes généraux de la Perspective d'où
l'on en déduit toute la Théorie.*

336. **R**EPRESENTER sur un Tableau la perspective d'un objet, qu'on suppose ordinairement situé derrière le tableau par rapport à l'œil, c'est marquer sur un Tableau chaque point, par où passeroit chaque rayon de lumière qui part de chaque point visible de la surface de cet objet pour arriver jusques à l'œil : & le portrait d'un objet est parfait, lorsqu'on a appliqué sur chacun de ces points du Tableau, un point coloré de la même nuance que le rayon de lumière qui y passe : l'art d'appliquer ainsi les couleurs s'appelle *la Perspective aérienne* : elle n'est pas du ressort des Mathématiques.

337. I. PRINCIPE. *Tout ce qui est représenté dans un Tableau doit être assujetti à un seul & même point de vue.* Parce qu'un tableau représente l'instant d'une action qui se passe, laquelle par conséquent ne se peut voir que d'un seul coup d'œil.

338. II. PRINCIPE. *La Perspective d'un point quelconque est à l'endroit du tableau, où son plan est traversé par le rayon qui va de ce point à l'œil.*

339. III. PRINCIPE. *La Perspective d'une droite originale, laquelle étant prolongée ne passeroit pas par l'œil, est une droite qui est l'intersection du plan du Tableau avec le plan d'un Triangle rectiligne*

rediligne dont la droite originale seroit la base, & les deux rayons menés de ses deux extrémités jusques à l'œil, seroient les côtés.

340. IV. PRINCIPE. Pour concevoir la perspective d'une figure plane, il faut concevoir que tous les rayons tirés de tous les points de la surface visible de cette figure jusques à l'œil, forment une Pyramide dont cette figure plane est la base, & dont l'œil est le sommet : Et la figure formée sur le Tableau par l'intersection de son plan & de cette Pyramide, est la perspective de cette figure originale.

341. COROLL. I. La perspective d'un Polygone ne peut être une figure semblable à son original, à moins que le plan de ce Polygone ne soit parallèle au plan du Tableau : car les élémens d'une Pyramide ne peuvent être des figures semblables à sa base, à moins qu'ils ne soient déterminés par les intersections des plans parallèles à cette base.

342. COROLL. II. La Perspective d'un solide est une figure plane composée des perspectives de chacune des faces du solide que l'œil peut voir à la fois.

343. THEOREME I. De quelque façon que le Tableau soit posé, les perspectives de tant de droites originales parallèles entre elles qu'on voudra, doivent tendre à concourir toutes au point (en dedans ou en dehors) du Tableau, où son plan est rencontré par une droite tirée de l'œil parallèlement à ces droites originales.

DEM. De quelque façon que deux ou plusieurs parallèles originales soient placées par rapport à l'œil, elles doivent (82) paroître tendre à concourir, donc leurs perspectives doivent tendre à concourir. Or l'œil doit voir par un même rayon le point de concours des deux lignes originales & celui de leurs perspectives, donc le point de concours des deux lignes de perspective est dans le point du Tableau, où son plan est traversé par la droite qui va de l'œil au point de concours des deux lignes originales. Mais le point de concours apparent des deux lignes originales, étant infiniment éloigné de l'œil, la droite tirée de l'œil à ce point leur est parallèle, donc le point de concours des perspectives des deux droites originales est au point du

Tableau où son plan (prolongé, s'il est nécessaire) est rencontré par une droite tirée de l'œil parallèlement à ces droites originales.

344. COROLL. I. Si les deux droites originales sont en même tems parallèles au plan du Tableau, la droite tirée de l'œil à leur point de concours apparent ne peut rencontrer le plan du Tableau, puisqu'alors elle lui est parallèle: Donc les perspectives de ces lignes originales ne peuvent avoir un point de concours, donc elles doivent aussi être parallèles entr'elles. Ainsi en supposant un Tableau posé verticalement ou d'aplomb, les perspectives de toutes les droites verticales originales, sont des droites verticales: les perspectives de toutes les droites horizontales ou de niveau & en même tems parallèles au plan du Tableau, sont des droites posées de niveau sur le Tableau. Les perspectives de toutes les droites originales parallèles au plan du Tableau & inclinées à l'horizon, sont des parallèles inclinées à l'horizon de la même quantité dont leurs originales sont inclinées.

345. COROLL. II. Dans un Tableau vertical, les perspectives de toutes les droites originales situées de niveau, & en même tems perpendiculaires au plan du Tableau, doivent toutes concourir au point de vue du Tableau: Car le point du Tableau qu'on appelle le point de vue, est celui où aboutit la droite tirée de l'œil perpendiculairement au plan du Tableau, & par conséquent parallèlement à ces droites originales.

346. THEOREME II. Si une droite originale est parallèle au plan du Tableau & divisée en parties égales, sa perspective sera aussi divisée en parties égales: Mais si cette droite originale divisée en parties égales n'est pas parallèle au plan du Tableau, sa perspective est divisée en parties inégales.

DEM. Soit (Fig. 45) AB la droite originale divisée en trois également aux points C, D, & parallèle au plan du Tableau représenté par GH; soit O le lieu où l'œil doit être placé, la perspective de la droite AB sera ab , & il est clair que si on tire OA, OC, OD, OB, les Triangles AOC, aOc ; COD, cOd ; DOB, dOb , sont semblables (Elem. 510.) Donc les bases AC, CD, DB étant égales,

leurs homologues ac , cd , db le sont aussi. Mais si PQ représente la position du Tableau incliné à la droite AB , les Triangles αOy , γOd , δOb ne sont plus semblables à leurs correspondans AOC , COD , DOB , donc les bases, AC , CD , DB étant égales, les bases $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\beta$ ne le sont pas.

347. COROLL. I. A cause des Triangles semblables, il est clair que les parties de la perspective d'une droite originale parallele au plan du Tableau & divisée en parties inégales, doivent aussi être inégales, mais proportionnelles aux parties homologues de la droite originale : & qu'ainsi la perspective d'une figure dont le plan est parallele à celui du Tableau, est une figure semblable à l'originale.

348. COROLL. II. Dans un Tableau les lignes de perspective paralleles entre elles sont divisées en même raison que leurs lignes originales : mais les lignes de perspective qui tendent à un point de concours, ne sont pas divisées en même raison que leurs lignes originales : parce que dans ce dernier cas, les droites originales ne peuvent être paralleles au plan du Tableau.

349. THEOREME III. *La perspective d'une même ligne originale est toujours de même grandeur sur le Tableau quelle que soit sa situation à l'égard de l'horizon, & sa distance à l'œil, pourvu qu'elle soit toujours couchée sur un même plan parallele à celui du Tableau.*

Ceci doit s'entendre de tant de lignes originales égales qu'on voudra, situées toutes dans un même plan parallele à celui du Tableau, ou d'un même Polygone placé en tel endroit qu'on voudra d'un même plan parallele à celui du Tableau.

DEM. Quoique ce Théorème soit une suite évidente de ce qui a été dit aux n^o. 341, 344 & 347, on en sentira peut-être mieux la vérité par le raisonnement suivant. Concevez que la ligne originale donnée tournant sur une de ses extrémités fixe, forme par l'autre une circonférence de cercle, couchée sur un plan parallele à celui du Tableau, les rayons tirés de l'œil à tous les points de cette circonférence formeront une espece de Pyramide conique, (on l'appelle un

Conoïde) coupée par le plan du Tableau parallèlement à sa base. Donc (341) la perspective de cette base sera aussi un cercle sur le Tableau. Imaginez ensuite que tous les diamètres possibles de ce cercle original soient prolongés indéfiniment de tous côtés, & que du centre on porte tout le long de ces prolongemens la longueur du rayon du cercle, on les aura divisés tous en parties égales, & on pourra regarder chacune de ces parties égales comme autant de situations possibles de la ligne originale dans le même plan. Mais (346) la perspective de toutes ces parties égales seroient aussi des droites toutes égales, donc la perspective d'une même droite originale placée en tant d'endroits qu'on voudra sur un même plan parallèle à celui du Tableau, est une droite constante ou de même longueur.

350. PROBLEME FONDAMENTAL. *Etant donnés de position, le plan d'un Tableau, le lieu de l'œil, & un point derrière le Tableau, trouver sur le Tableau son point de Perspective.*

Pour résoudre ce Problème, il faut remarquer que la position d'un point dans un espace absolu, ne peut être déterminée que par ses distances à trois plans donnés de position, & différemment situés entr'eux. La détermination de ce point se fait le plus commodément qu'il est possible, lorsque ces trois points sont perpendiculaires entr'eux : c'est ce qu'on pratique dans la perspective ; on y suppose ordinairement un plan indéfini HR (Fig. 46) qui passe par l'œil situé en O : ce plan est posé de niveau ou horizontalement, c'est pourquoi on l'appelle *le plan horizontal*. Son principal usage est de servir à distinguer les objets *hauts* de ceux qui sont *bas*, parce que tous les points qui sont dans ce plan étant au niveau de l'œil, ne paroissent ni *hauts* ni *bas* ; Ceux qui sont au-dessus de ce plan, paroissent plus élevés que l'œil, & ceux qui sont au-dessous de ce plan, paroissent plus bas que l'œil.

On suppose ensuite un autre plan indéfini VC, qui passe aussi par l'œil O, & qui est posé verticalement ou d'aplomb, il s'appelle *le plan vertical* : il sert à distinguer les objets qu'on voit sur la gauche, de ceux qu'on voit sur

la droite, parce que tous ceux qui sont dans ce plan, paroissent être vis-à-vis de l'œil : ce plan est perpendiculaire au plan horizontal, puisque l'un est de niveau & l'autre d'aplomb.

Enfin, on suppose le plan TB du Tableau posé à quelque distance de l'œil, perpendiculairement au plan vertical & au plan horizontal, de sorte que ces trois plans sont perpendiculaires entr'eux.

L'intersection *hr* du plan horizontal avec le plan du Tableau, s'appelle *la ligne horizontale* du Tableau. L'intersection *ut* du plan vertical avec le plan du Tableau, s'appelle *la ligne verticale* du Tableau. L'intersection *a* de la ligne horizontale & de la ligne verticale, s'appelle *le point de vue* du Tableau : la partie *Oa* de l'intersection des plans horizontal & vertical, & qui mesure la distance de l'œil au plan du Tableau, s'appelle *le Rayon principal*.

351. I. SOLUTION, PAR LE CALCUL. Soit *D* le point donné, dont on demande le point de perspective *d* sur le plan du Tableau TB. De ce point *D* abaissez sur le plan horizontal HR une perpendiculaire *DI*, & sur le plan vertical VC, une perpendiculaire *DS*. Par le point *I* tirez *IA* perpendiculaire au plan vertical, & par *S* menez *SA* perpendiculaire au plan horizontal. Il est évident que *DSAI* est un parallélogramme rectangle, dont le plan est perpendiculaire au plan vertical VC, & au plan horizontal HR, & par conséquent parallèle au plan du Tableau TB. *SA* ou *DI* mesurent la distance du point donné *D* au plan horizontal, ou sa hauteur au-dessus du niveau de l'œil : *DS* ou *IA* mesurent sa distance au plan vertical, ou la quantité dont l'objet est à gauche par rapport à l'œil : la droite *Aa* qui est une partie de l'intersection du plan vertical avec le plan horizontal, & qui est par conséquent perpendiculaire au plan du Tableau, mesure la distance du plan du parallélogramme *DSAI* au plan du Tableau, & par conséquent la distance du point donné *D* au plan du Tableau TB. Cela posé, puisque le point *D* est supposé donné de position, les trois distances *DI*, *DS*, *Aa* sont données de grandeur.

Tirez du lieu O de l'œil les droites OI, OD, OS, & vous aurez une Pyramide Quadrangulaire ODSAI, qui se trouvera coupée en *dsai* par le plan du Tableau qui est parallele à la base DSAI. Donc (340) le rectangle *dsai* est la perspective du Rectangle DSAI, & par conséquent le point *d*, est la perspective du point donné D: Il est clair aussi que le rectangle *dsai* est semblable au rectangle DSAI à cause de leur parallélisme qui les rend des élémens semblables d'une même pyramide: Donc les côtés du rectangle *dsai* sont proportionels aux côtés homologues du rectangle DSAI; & à cause des Triangles semblables Oas, OAS, on a $OA : Oa :: AS : as$: Donc OA est à Oa, comme un côté quelconque du rectangle DSAI, est au côté homologue du rectangle *dsai*: Donc (Elem. 686) on peut conclure ces deux proportions OA ou $Oa + aA : Oa :: AI$ ou DS : *ai* ou *ds*; & OA ou $Oa + aA : Oa :: AS$ ou DI : *as* ou *di*; d'où on tire ces deux Regles ou Analogies, qui donnent par le calcul la solution générale du Problème.

I.

Comme le Rayon principal plus la distance de l'objet au plan du Tableau,

Est au Rayon principal;

Ainsi la distance de l'objet au plan vertical,

Est à la distance de son point de perspective à la Ligne verticale du Tableau.

I I.

Comme le Rayon principal plus la distance de l'objet au plan du Tableau,

Est au Rayon principal;

Ainsi la distance de l'objet au plan horizontal,

Est à la distance de son point de perspective à la ligne horizontale du Tableau.

352. EXEMPLE. Supposant l'œil éloigné de 6 pieds ou 72 pouces du tableau, on y veut déterminer le point de

perspective d'un point original éloigné de 15 pieds ou 180 pouces du plan du tableau, élevé de 4 pieds ou 48 pouces au dessus du niveau de l'œil, & placé sur la gauche à 7 pieds ou 84 pouces du plan vertical.

Soit (Fig. 49) LTAB le cadre du tableau donné que je suppose rectangulaire; déterminez sur le tableau le point *a* vis-à-vis duquel vous voulez que l'œil soit placé, faites passer par ce point *a* (qui est alors le point de vue du tableau) une droite *tu* perpendiculaire aux deux bords TA, LB (ou si le cadre du tableau n'étoit pas un rectangle, il faudroit tirer *tu* de sorte que le tableau étant placé dans la situation qu'on lui destine, lorsqu'il sera achevé, cette ligne *tu* soit verticale ou d'aplomb) ce sera la ligne verticale du tableau: & une droite *hr* perpendiculaire aux deux côtés TL, AB (ou si le cadre n'est pas rectangulaire, perpendiculaire à la ligne verticale *tu*), ce sera la ligne horizontale du Tableau.

Faites ensuite ces deux proportions:

$$72 + 180 : 72 :: 48 : x$$

$$72 + 180 : 72 :: 84 : y$$

Ayant achevé les deux regles de trois, on a $x = 13,71$ ou 13 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, c'est la distance du point *d* de perspective cherché au-dessus de la ligne horizontale *hr* du tableau; & $y = 24$ pouces, c'est la distance de ce même point *d* à gauche de la ligne verticale *ut*.

Pour placer le point *d* sur le Tableau, on peut procéder de différentes manieres. Voici les plus commodes & les plus exactes.

353. I. Lorsque le cadre du tableau est rectangulaire, il faut prendre sur les côtés de ce cadre deux points E, *e* éloignés chacun des points *b*, *r*, de la ligne horizontale, de 13 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, & tirer une droite occulte E*e* dans laquelle le point de perspective se doit trouver selon la premiere analogie. Il faut ensuite prendre sur les bords du tableau & à gauche de la ligne verticale, deux points K, *b* éloignés chacun de 24 pouces des points *t*, *u*, de la ligne

verticale, & mener la droite occulte Kb dans laquelle le point de perspective doit se trouver selon la seconde analogie. Ce point est donc à l'intersection d des deux droites Ee , Kb .

Pour faciliter cette pratique, qui est la plus exacte dans les grands tableaux, on peut diviser les côtés & les bords du cadre en pouces, & si l'on veut en lignes, en commençant aux points $t, u; r, b$, & en allant de t vers L , puis de t vers B ; & de même de u vers T , puis vers A ; ensuite de b vers T , puis vers L ; enfin de r vers A , puis vers B . Ces divisions serviront encore à tirer sur le tableau des perpendiculaires & des parallèles à l'horizon, ce qui est nécessaire à tout moment dans les différentes opérations qu'il faut faire pour mettre plusieurs objets en perspective.

354. II. Si le cadre n'est pas rectangulaire, prenez sur la ligne verticale tu un point S élevé de 13 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$ au-dessus du point de vûe a , & faites-y passer une perpendiculaire Ee à la ligne verticale. Prenez ensuite sur la ligne horizontale un point i à gauche du point a de 24 pouces, & faites-y passer une perpendiculaire Kb ; l'intersection de ces deux perpendiculaires se fera au point d que l'on cherche. Cette pratique devient facile sur les petits tableaux par le moyen de deux équerres, qui évitent la peine de mener des perpendiculaires.

355. III. On peut encore déterminer le point d sans tirer aucune ligne & par le moyen de deux compas, en cette sorte. Ouvrez les deux compas l'un de la quantité précise dont le point de perspective doit être éloigné de la ligne verticale, l'autre de la quantité dont ce point doit être éloigné de la ligne horizontale. Placez une pointe du premier compas au point de vûe a , & avec l'autre pointe marquez sur la ligne horizontale un point i ; placez une pointe du second compas en a , & avec l'autre marquez sur la ligne verticale un point s ; tenant ensuite chaque compas à chaque main, placez une pointe du premier sur i , & une pointe du second sur s , faites concourir les deux autres pointes des compas en un même point sur le tableau, ce sera évidemment le point d que l'on cherche.

356. II. SOLUTION purement GRAPHIQUE. Soit TB (Fig. 47 & 48) le plan du tableau, *ut* sa ligne verticale, *rb* sa ligne horizontale, *a* le point de vûe, D un point donné. Faites passer par le point D un plan de niveau KF, parallèle par conséquent à la ligne horizontale *rb*: soit XZ, l'intersection de ce plan avec le plan vertical qu'il faut imaginer comme passant par la droite *ut* & par XZ; soit BY l'intersection du plan KF avec le plan du tableau. Du point D abaissez sur BY la perpendiculaire DE qui mesure la distance de l'objet au plan du tableau; (le point E du tableau, où elle aboutit, s'appelle le point d'incidence:) tirez du point de vûe *a* au point d'incidence E la droite *aE*; portez la distance DE de l'objet au plan du tableau, sur BY depuis le point E jusques en G: (on peut prendre le point G indifféremment vers B ou vers Y): & portez depuis le point de vûe *a* sur la ligne horizontale *br*, le rayon principal *aO*, de sorte que le point O soit dans une situation opposée à celle du point G, c'est-à-dire, que le point O doit être porté sur la droite du point de vûe *a*, si le point G a été porté sur la gauche du point d'incidence E, & réciproquement: tirez OG, & son intersection avec *aE* donnera en *d* la perspective du point donné D.

DEM. Par le point *d* menez LN parallèle à la ligne verticale *ut*, & par conséquent perpendiculaire à la ligne horizontale *br* & à BY; les Triangles *dGE*, *daO* sont semblables; les droites *dN*, *dL* en sont les hauteurs, & par conséquent (Elem. 578) elles en sont des dimensions homologues: Donc $Oa : GE :: dL : dN$, & (Elem. 304) $Oa + GE : Oa :: dL + dN$ ou $at : dL$. C'est la première Analogie de la solution précédente, puisque *at* est la hauteur de l'œil au-dessus du niveau de l'objet, & par conséquent la distance de l'objet au plan horizontal. Enfin à cause des parallèles *dL*, *ut* coupées par *aE*, les triangles *adL* ou *asd*, & *atE* sont semblables, donc $at : as$ ou $dL :: tE$ ou $DS : ds$. Mais on vient de voir que $Oa + GE : Oa :: at : dL$; donc $Oa + GE : Oa :: DS : ds$, & c'est la seconde analogie de la première solution.

357. REMARQUE. Il est évident que la construction de ce Problème est la même, soit qu'on suppose le plan du Tableau élevé perpendiculairement sur le plan KF, soit qu'on le suppose couché sur ce même plan, pourvu que la ligne BY représente celle où le tableau coupe le plan KF, & que la ligne verticale *tu* du tableau reste sur la ligne ZX de ce même plan KF : & c'est ainsi qu'on l'entendra dans les deux premières méthodes du Chapitre suivant.

C'est de cette seconde solution que sont déduites la plupart des pratiques que l'on enseigne dans les livres de Perspective : on va en expliquer ici les principales.



CHAPITRE II.

Description des principales Méthodes pour pratiquer la Perspective.

I. METHODE.

Pratique de la Perspective par le Treillis perspectif.

358. **O**N construit un quarré ABDE (Fig. 51) qui représente le champ original du Tableau, c'est-à-dire, tout l'espace de terrain, que les objets que l'on veut représenter, doivent occuper. On appelle aussi ce champ le *Plan Géométral*. On divise ce quarré en plusieurs autres quarrés les plus petits qu'il est possible, & ayant supposé que le bord inférieur du tableau VB, soit posé sur le côté BA du quarré AD, on tire sur le plan de ce tableau la ligne horizontale QO à la hauteur qu'on a jugée convenable, & la ligne verticale VI, selon que l'on a voulu placer le Spectateur vis-à-vis le milieu ou vers un des côtés du tableau, en sorte que le point S, est le point de vûe, SI est la hauteur de l'œil au-dessus du terrain. Par le point S on mène à toutes les divisions du côté BA les droites SB, SG, SI, SC, SM, SA; on porte le rayon principal, (qu'on a déterminé selon qu'on a jugé à propos d'éloigner l'œil du tableau) de part & d'autre du point S, sur la ligne horizontale, prolongée s'il est nécessaire, comme en O & en Q: par ces deux points on tire aux mêmes divisions du côté AB, des droites OB, OG, OI, OC, OM, puis QA, QM, QC, QI, QG, QB, & leurs intersections *e, k, n, r; d, t, p, f, h* avec les droites SA, SB, donnent les

points par lesquels il faut mener les droites de, ik, pl, fn, hr , lesquelles font avec les droites gG, iI, cC, mM un assemblage de trapezes renfermés dans le trapeze $BdeA$, qui est la perspective du quarré $BDEA$ & de tous ses petits quarrés. On appelle ce trapeze $BdeA$ le *Treillis Perspectif*.

Pour démontrer que $BdeA$ est la perspective du quarré $BDEA$; il est clair (356) que le point A est le point d'incidence du point E , & que la ligne AB est égale à la distance du point E au plan du tableau; donc l'intersection e des droites SA, OB est (356) la perspective du point E . De même le point d'incidence du point K est en A , & $AG = AK$, donc son point de perspective est en k , à l'intersection des droites SA, OG . Il en est de même de tous les autres points du quarré $ABDE$.

359. SCHOLIE. Il est clair par la construction, que l'on pourroit décrire le *Treillis perspectif* $dBAe$ indépendamment du point de vûe S , & par les points O & Q seulement: parce que les droites qui servent à faire ce *Treillis* sont des diagonales des trapezes qu'on forme par les intersections des droites tirées de O & de Q aux divisions du côté AB du plan Géométral. Mais la construction du *Treillis* telle qu'on la donne ici est plus exacte, parce que les droites Gg, Ii, Cc devant (345) tendre au point de vûe S , sont tirées bien plus exactement en se servant de ce point S , qu'en se servant des angles des trapezes.

Les droites dB, gG, iI, cC , &c. dont les divisions inégales représentent les divisions égales des droites BD, GR, IX, CY , &c. s'appellent les *Echelles fuyantes des longueurs*, parce qu'elles servent à dégrader les dimensions des objets à mesure que les parties de ces objets s'éloignent du plan du tableau: & les paralleles hr, fn, pl , &c. s'appellent les *échelles fuyantes des largeurs & des hauteurs*, parce qu'elles servent à dégrader les largeurs & les hauteurs des objets à mesure qu'ils s'éloignent du plan du tableau.

360. USAGE DU TREILLIS PERSPECTIF. Puisque le *Treillis perspectif* représente sur le tableau le terrain compris dans le quarré $BDEA$, il est clair que si on dessine

dans ce quarré le plan des objets qu'on veut mettre en perspective sur le tableau, en sorte que les divisions de ce quarré servent d'échelles à ce plan, il sera facile de mettre ce même plan en perspective. Comme si je voulois mettre en perspective un quarré posé sur le terrain obliquement par rapport au tableau, & dont les côtés fussent de trois pieds chacun. Je dessinerois dans le quarré BAED (Fig. 52) dont les divisions seroient d'un pied chacune, ou représenteroient chacune un pied, le plan IMNO de ce quarré selon la situation oblique donnée, & en faisant chaque côté égal à trois côtés de petits quarrés; ensuite je marque dans le Treillis perspectif les points i, m, n, o , que je juge correspondans aux points I, M, N, O, & placés dans les petits trapezes du treillis, correspondans aux petits quarrés du plan géométral, en sorte qu'ils y occupent des places homologues à celles que les points I, M, N, O occupent dans leurs quarrés. Ayant tiré mi, io, on, nm , j'ai le trapeze $ionm$ qui est la perspective du quarré IONM, comme il est évident.

361. Si on vouloit que le quarré IONM fût le plan de la base d'un cube à mettre en perspective, il faudroit des points i, m, n, o , élever des perpendiculaires à l'horizon iF, mP, nQ, oH , & comme ce cube doit avoir en hauteur trois côtés de petits quarrés, je fais chacune de ces perpendiculaires égale à la largeur de trois trapezes prises avec le compas à l'endroit du treillis où est le pied de chacune, c'est-à-dire, en mettant les pointes du compas parallèlement à AB, ou à la même distance de AB, que celle du pied de chaque perpendiculaire. Enfin je tire QP, PF, FH, HQ, & j'ai la perspective du cube. Car les droites qui terminent les faces verticales du cube, sont posées verticalement sur le plan de la base, donc (344) les perspectives de ces droites doivent être des droites verticales, ou paralleles à VK; & ces droites ayant originalement leur hauteur égale à trois côtés de quarrés, leur hauteur en perspective est égale (349) à trois travers de trapezes, pris dans le même plan (parallele à celui du

tableau) dans lequel chacune de ces hauteurs se trouve.

362. REMARQUES. I. Il est aisé de voir que dans ces opérations, le quarré ou plan géométral est censé derrière le tableau par rapport à l'œil ; & qu'ainsi il faut dessiner dans ce quarré vers BA ou du côté du treillis, les objets qu'on veut représenter sur le devant du tableau, & vers DE, ceux qui doivent paroître éloignés.

363. II. Lorsque sur une des faces planes d'un objet qu'on met en perspective, ou même sur deux ou plusieurs faces paralleles quelconques, il y a plusieurs droites paralleles entr'elles, telles que sont les moulures des ornemens d'Architecture, il faut pour abrégé & pour opérer plus exactement, déterminer leur point de concours (qu'on appelle alors leur *point accidental*.) Or lorsque ces paralleles sont en même tems des lignes de niveau, ce qui arrive presque toujours, leur point accidental est dans la ligne horizontale, de sorte qu'ayant la perspective d'une seule de ces paralleles, il suffit de la prolonger jusqu'à la ligne horizontale, & le point de rencontre est le point accidental de toutes les paralleles : car puisque l'on suppose que toutes ces lignes sont de niveau, le rayon tiré de l'œil parallèlement à ces lignes est de niveau, & par conséquent couché sur le plan horizontal, donc il ne peut rencontrer le tableau que dans la ligne horizontale.

Ainsi ayant la position *nm* de la perspective de la droite originale NM, je la prolonge jusques en R, où est le point accidental de la perspective de la droite originale OI, & de celles des deux côtés de la base supérieure du cube qui sont paralleles à NM ou à OI. Il en est de même du point L, où doivent aboutir les perspectives des paralleles ON, IM & de leurs correspondantes dans la base supérieure du cube.

Mais si les paralleles originales n'étoient pas des droites de niveau, il faudroit avoir la perspective de deux d'entre-elles ; & les ayant prolongées du côté vers lequel ces perspectives s'inclinent, jusques à leur rencontre, ce point sera le point accidental de toutes les autres.

364. III. Pour remplir le vuide qui est sur les côtés du treillis perspectif, on peut prolonger les droites *de*, *tk*, *pl* &c. (Fig. 51) de part & d'autre jusques au bord du tableau, & ayant continué aussi de part & d'autre les divisions de la ligne *de*, du point de vûe S on tirera à toutes les divisions des droites jusques au bord du tableau, elles formeront avec les prolongemens de *kt*, *lp* &c. de nouveaux trapezes qui seront les perspectives de nouveaux petits quarrés, qu'on décrira si l'on veut à côté de ceux du grand quarré BAED, ce qui augmentera le champ du plan Géométral.

365. IV. Lorsqu'on se propose de faire un petit tableau, & que les objets que l'on y veut représenter doivent présenter leurs faces sous différentes obliquités, il est bon de se servir du treillis perspectif. Mais la pratique en seroit impossible dans les grands tableaux, sur-tout si on y devoit peindre un grand nombre d'objets éloignés les uns des autres; car on voit qu'on ne pourroit construire un assez grand quarré ou plan Géométral. Si cependant on en pouvoit faire un assez grand pour contenir tous ces objets en diminuant seulement toutes leurs dimensions de la moitié, du tiers, ou du quart; on pourroit les mettre en perspective sur un treillis, puis les copier sur le tableau en doublant, triplant, ou quadruplant toutes les lignes tracées sur ce treillis, & on aura une perspective d'autant plus exacte, qu'il aura fallu moins augmenter les dimensions prises sur le treillis.

366. V. On peut encore se passer des petits quarrés du plan géométral, lorsqu'on aura fait un devis exact de toutes les dimensions, positions, & distances de tous les objets qui doivent entrer dans le tableau. Car ayant divisé le bord inférieur du tableau en autant de parties égales qu'on aura voulu, dont chacune représentera un ponce, un pied, une toise, ou en général une des mesures sur lesquelles tout le devis aura été réglé, & qu'on appellera ici un *Module*, on fera un treillis sur ces divisions, & on regardera chaque trapeze comme un espace d'un ponce quarré, ou d'un

pied quarré, ou d'une toise quarrée, ou en général comme un module en quarré. On pourra donc arranger sur ce treillis tous ses objets selon le devis qu'on en aura fait.

II. MÉTHODE.

Pratique de la Perspective sans Treillis.

367. **D**Ans cette méthode on suppose comme dans la précédente, que le plan EFGHI (Fig. 50) de la base de chaque objet original, c'est ici un Prisme Pentagonal, est dessiné dans toutes ses proportions, à la distance du bord du tableau selon laquelle on veut qu'il en paroisse éloigné.

Je tire sur le plan du tableau la ligne verticale VK (Fig. 50), je la prolonge jusqu'au-delà du plan de l'objet original. Je tire la ligne horizontale SP, sur laquelle je prends SO égale au rayon principal, & cela de part & d'autre du point S. Je marque depuis un coin B du tableau sur son bord inférieur une ligne BC égale à la hauteur que doit avoir l'objet original, & du bout P de la ligne horizontale, je tire PC. Je cherche ensuite sur le tableau, la perspective du sommet de chaque angle du plan original, en suivant la construction expliquée ci-dessus (356). Par exemple, pour avoir celle du point E, je prends avec un compas la distance de ce point à la ligne verticale VK, je porte cette distance de K en D, & le point D est le point d'incidence du point E. Je prends la distance du point E au bord inférieur AB du tableau, je la porte de D en N à l'opposite du point O par rapport à D. Enfin je tire SD, ON, dont l'intersection *e* donne la perspective du point E.

Ayant trouvé de même la perspective de tous les autres angles de la base de l'objet, j'y élève des perpendiculaires *eT*, *fL*, *gM*, &c. que je fais égales chacune à la ligne *et*, *φλ*, *γμ*, &c. qui se trouve comprise entre PC & PB, en tirant

tirant des points *e, f, g* &c. des parallèles au bord inférieur *AB* du tableau. Le reste s'acheve & se démontre comme dans la méthode précédente.

368. On peut appliquer ici toutes les remarques de l'article précédent. On peut aussi faire un devis exact des dimensions, positions & distances de chaque point des objets originaux, faire ensuite sur ce devis une table de la distance de chacun des points de la base de ces objets à la ligne verticale & au bord inférieur du tableau, pour trouver, comme ci-dessus, les points *D* & *N*; & une table des hauteurs de chaque partie de l'objet élevée au-dessus du plan de sa base, pour les déterminer comme on vient de le dire. La perspective en sera d'autant plus exacte, que le plan & l'élevation auront été dessinés plus exactement, quand même l'échelle sur laquelle on auroit construit ces plans, ne donneroit pas plus de 2 à 3 lignes de longueur pour chaque pied de Roi dans les dimensions de l'original.

III. MÉTHODE.

Pratique de la Perspective, par le Chassis Perspective.

Cette pratique renferme les deux précédentes, & a encore d'autres avantages qui la rendent préférable: Un des principaux est qu'on y opere par les angles aussi-bien que par les côtés des figures qu'on y décrit. Nous nous étendrons ici un peu plus que nous n'avons fait dans les méthodes précédentes.

Préparation du Chassis Perspective.

369. Ayant choisi sur votre tableau le point *S* (Fig. 53) pour être le point de vûe, faites y passer la ligne horizontale *HSQ* que vous prolongerez de part & d'autre au-delà du plan du tableau le plus qu'il sera possible. Tirez la ligne verticale *VT*, sur laquelle prenez depuis le point de vûe *S* un point *C*, vers *V* ou vers *T*, tel que *SC* soit égale au

K

rayon principal. Du point C comme centre avec une ouverture de compas à volonté, (la plus grande est la meilleure) décrivez un arc AB d'environ 60 ou 70 degrés, divisez-le de degrés en degrés, ou pour le moins de dix en dix degrés, en commençant au point A. Par C & par tous les points de divisions tirez des rayons jusques à la ligne horizontale qui se trouvera divisée d'un côté, portez les mêmes divisions de l'autre côté du point S, afin qu'elle soit divisée dans toute son étendue.

Pour abrégér, on peut appliquer sur CA un rapporteur tout divisé, & par le moyen d'un fil très-fin qui seroit attaché au centre, on pourroit marquer tout de suite les divisions de la ligne horizontale.

370. Et parce qu'il est évident par la construction précédente, que ces divisions comptées depuis le point S sont les tangentes des angles formés au point C, dont le rayon ou sinus total est CS, il est clair qu'on trouvera beaucoup plus exactement ces divisions, en faisant une échelle particulière RD divisée en tant de parties égales qu'on voudra, pourvû que 10 de ces parties soient précisément égales au rayon principal, & qu'une de ces parties soit subdivisée en 10 autres petites parties, lesquelles pourront encore être divisées par estime chacune en 10 parties, ce qui fera l'effet d'une échelle divisée en milliemes parties du rayon principal. A l'aide de cette échelle & de la table des tangentes, il sera aisé de marquer sur la ligne horizontale toutes les divisions nécessaires.

371. Sur le bord inférieur EF du tableau, marquez, en partant d'un des côtés ou montans FG, & en allant vers l'autre côté EK, tant de parties égales que vous voudrez, lesquelles soient destinées à représenter les mesures ou *modules* des dimensions des objets originaux. Depuis l'extrémité F de la ligne horizontale prise sur ce côté FG prenez hors du tableau un point Q tel que PQ soit égale au rayon principal: par ce point Q & par toutes les divisions du bord FE tirez des droites occultes, ou simplement appliquez successivement une regle, & leur intersection avec le montant FG

donnera autant de divisions, que vous coterez 1, 2, 3, 4 &c. Portez enfin ces mêmes divisions sur l'autre montant EK.

372. Enfin marquez sur le bord inférieur EF du tableau en partant du point T, de part & d'autre des divisions égales à celles qui auront servi à trouver les divisions du montant FG; cotez les 1, 2, 3, 4 &c. Et même pour une plus grande commodité dans la pratique, marquez sur le bord supérieur GK en partant du point V les mêmes divisions, & quottées de la même manière que celles du bord inférieur, & vous aurez un châssis tout préparé.

Dans ce châssis, les divisions de la ligne horizontale servent à placer les perspectives des lignes de niveau posées obliquement par rapport au plan vertical. Les divisions de montans sont des *échelles fuïantes* des longueurs ou des éloignemens des objets au plan du tableau; & les divisions des bords supérieurs & inférieurs sont des *Echelles de front*, c'est-à-dire, des parties des objets qui sont parallèles au plan du tableau.

373. Pour démontrer cette construction du châssis, il faut imaginer 1°. que le centre C soit relevé au-dessus du point de vûe S, en sorte que le plan du triangle rectangle SCH soit perpendiculaire au plan du tableau. Il est clair qu'alors le point C est le lieu où l'œil du spectateur doit être placé, & que les degrés de l'arc AB dont le centre est dans l'œil, sont propres à mesurer les angles d'obliquité des lignes originales situées sur le plan horizontal, par rapport au plan vertical; on peut donc marquer sur la ligne horizontale les points où aboutissent tous les rayons tirés de l'œil à chacun de ces degrés. 2°. Imaginant de même que PQ soit relevée perpendiculairement sur le plan du tableau, en sorte que l'angle SPQ soit droit; qu'en même temps la droite FE soit relevée perpendiculairement au même plan du tableau, mais du côté opposé à l'œil, & qu'ainsi le plan de toutes les droites tirées de Q aux divisions de FE soit perpendiculaire au plan du tableau, FG étant l'intersection commune de ces deux plans; il est clair que les divisions de FE marqueront lors des éloignemens ou distances au plan du tableau

mesurées sur le terrain. Par exemple, FN marque un module de distance au-delà du tableau: or je dis que FI est sa perspective. Car les triangles rectangles semblables QP₁, FN₁ donnent PQ:FN::P₁:F₁. Donc PQ+FN:PQ::P₁+F₁ ou PF:P₁; & comme cette analogie est la première de la solution générale (351), il suit que le point i est la perspective du point N. Il en est de même des autres divisions.

374. COROLL. Delà on voit que si on ne pouvoit prolonger facilement le plan du tableau pour avoir assez de divisions sur les montans, on pourroit trouver ces divisions par un calcul aisé, & c'est le parti qu'il faut prendre lorsque l'on a un grand tableau à tracer; en voici un exemple:

Soit le rayon principal SC de dix pieds ou en général de 10 modules: soit la hauteur de l'œil au-dessus du plan du terrain de 6 modules, pour avoir toutes les distances P₁, P₂, P₃ &c. en supposant que l'intervalle des ces divisions doive être d'un de ces modules, on aura ces proportions:

Comme	{	10 + 1	{	5,45 = P ₁
		10 + 2		5,00 = P ₂
		10 + 3		4,61 = P ₃
		10 + 4		4,29 = P ₄
		10 + 5		4,00 = P ₅
		10 + 6 sont à 10: ainsi 6 sont à		3,75 = P ₆
		10 + 7		3,53 = P ₇
		10 + 8		3,33 = P ₈
		10 + 9		3,16 = P ₉
		10 + 10		3,00 = P ₁₀
		10 + 11 &c.		2,86 = P ₁₁ &c.

De sorte que par le moyen d'une échelle divisée en parties décimales dont la distance de la ligne horizontale au bord inférieur du tableau contiendra 6,00 dans cet exemple, i sera très-facile de marquer exactement sur les montans du tableau toutes les divisions dont on aura besoin.

375. Voici encore une autre manière de diviser le

montans, qui seroit, par sa brièveté & par sa facilité, préférable aux deux précédentes, si elle n'exigeoit beaucoup plus de soin pour éviter les erreurs: elle est très-bonne lorsque les divisions des montans doivent exprimer de grands modules, comme quand on n'a pas beaucoup de petites parties à mettre en perspective, mais seulement quelques points principaux, pour guider la main dans des *croquis* ou dessins faits à la hâte d'après nature.

Portez un de vos modules sur le bord inférieur du tableau de F en N (Fig. 54). Portez le rayon principal de P en Q du même côté que N; tirez PN & QF. Par le point *a* de leur intersection abaissez sur PF la perpendiculaire *a*1. Menez Q1, & de son intersection *b* avec PN menez sur PF la perpendiculaire *b*2. Menez Q2, & de son intersection C avec PN abaissez sur PF la perpendiculaire *c*3: & ainsi de suite pour autant de divisions dont vous aurez besoin.

376. DEM. A cause des parallèles QP, NF, les triangles QPa, NFa sont semblables; donc $PQ : FN :: Pa : aN$. Donc $PQ + FN : PQ :: Pa + aN$ ou $PN : Pa$. Mais les triangles rectangles PNF, Pa1 sont aussi semblables; donc $PN : Pa :: PF : P1$. Donc enfin $PQ + FN : PQ :: PF : P1$, ce qui est l'analogie nécessaire pour faire ces divisions.

Remarques sur la ligne horizontale du Tableau.

377. Si on suppose qu'un spectateur ait placé son œil à l'égard du tableau, comme il le doit être pour considérer la perspective lorsqu'elle sera achevée, & qu'il regarde au travers de ce tableau (qu'on suppose transparent comme une glace) tout ce que le cadre du tableau lui permet de voir, dans un terrain indéfini, libre, uni & de niveau comme une vaste plaine, il est évident qu'il doit voir le terrain terminé par une ligne de niveau, qui est confondue dans la circonférence d'un cercle qui paroît séparer le ciel de la terre, & dont l'œil est le centre (on appelle ce cercle l'*horizon céleste*). Or la perspective de la portion visible de ce cercle doit être une ligne droite. Car puisque ce cercle

ou horizon a son centre dans l'œil, les rayons qui vont de l'œil à tous les points de sa circonférence visible forment un plan, leur intersection avec le plan du tableau, est donc l'intersection de deux plans, laquelle ne peut être (Elem. 629.) qu'une ligne droite; & il est évident que c'est la ligne horizontale du tableau qui est la perspective de cette portion visible de l'horizon céleste, & que les divisions de la ligne horizontale, sont les perspectives des degrés de ce cercle.

378. De ce que l'œil est le centre de l'horizon céleste, il suit que si deux droites originales placées sur un plan de niveau qui passe par l'œil du spectateur, sont inclinées l'une à l'autre, de sorte que l'angle de leur inclinaison soit dans l'œil même, les degrés de l'horizon céleste, & par conséquent les divisions de la ligne horizontale du tableau, sont propres à mesurer cet angle, & à représenter l'inclinaison de ces deux droites.

Puisque (83) tous les plans parallèles entr'eux paroissent se réunir à une distance infinie de l'œil, le plan du terrain, & en général tout plan de niveau, paroît s'incliner vers le plan horizontal qui passe par l'œil, pour se confondre avec lui dans la circonférence de l'horizon céleste; il suit que *la ligne horizontale du tableau est la ligne où se rencontrent toutes les perspectives de tous les plans de niveau.*

Tous les plans de niveau sur lesquels sont posées les parties des objets propres à être dessinés, sont à une distance finie les uns des autres, tandis que la circonférence de l'horizon céleste est à une distance infinie de l'œil: l'intervalle entre ces plans est donc infiniment petit à l'égard de la distance de l'œil au lieu où ils paroissent se réunir: donc tous les plans de niveau qui passent à une distance finie au-dessus ou au-dessous de l'œil, sont par rapport à la circonférence de l'horizon céleste, & par conséquent par rapport à la ligne horizontale du tableau, comme un seul & même plan couché sur celui de l'horizon céleste, ou confondu avec le plan horizontal qui passe par l'œil: la perpendiculaire ou verticale tirée de l'œil sur tous ces plans de niveau,

& qui mesure leur intervalle réel, est comme un point confondu avec le centre de cet horizon.

Ainsi un angle quelconque formé par deux droites posées sur un plan de niveau, se trouvant situé dans la verticale qui passe par l'œil, est à l'égard de la circonférence de l'horizon céleste, ou de la ligne horizontale du tableau, comme s'il étoit dans l'œil même, & par conséquent les divisions de la ligne horizontale sont encore propres à le mesurer, & à en donner la perspective.

Enfin les différens objets à la portée de l'œil, & destinés à être dessinés sur un tableau, sont à une distance finie les uns des autres & par rapport à l'œil, tandis que la circonférence de l'horizon céleste en est à une distance infinie : donc tous les points qui forment les parties de ces objets, doivent être censés infiniment proches les uns des autres & de l'œil, & par conséquent tous les angles que font entr'elles, sur des plans de niveau, les droites qui terminent les faces & les côtés des objets, doivent être censés au centre de l'horizon céleste, & mesurables par les divisions de la ligne horizontale.

379. D'où il suit I°. que les divisions de la ligne horizontale du tableau, sont propres à mesurer & à représenter en perspective tous les angles qui sont dans un plan de niveau quelconque.

380. II°. Que pour mettre en perspective un angle original quelconque, il faut chercher sur le tableau le point de perspective du sommet (on va l'enseigner n°. 389) & tirer de ce point deux droites qui aboutissent aux divisions propres à marquer les degrés de cet angle, ou qui aboutissent aux mêmes divisions de la ligne horizontale, auxquels eussent abouti deux rayons tirés de l'œil parallèlement à chaque côté de cet angle.

381. III°. Que si de tant de points C, D, E, qu'on voudra (Fig. 55.) pris sur le champ du tableau, on tire deux droites à deux mêmes divisions A, B, de la ligne horizontale, les angles ACB, ADB, AEB seront les perspectives d'angles originaux égaux entre eux, & dont le nombre des degrés qui les mesure, est égal à celui des divisions comprises entre A & B. C'est 30 degrés dans cette figure. En effet puisque BC, BD, BE aboutissent

à un même point accidentel B, elles sont (363) les perspectives de trois parallèles : de même les droites AC, AD, AE sont les perspectives de trois parallèles ; or trois parallèles rencontrant trois autres parallèles, elles leur doivent être également inclinées, & par conséquent former avec elles des angles égaux.

382. Il suit enfin qu'une droite, comme DA ou EA, tirée sur le tableau d'un de ses points quelconques D ou E, & aboutissant à un point A de la ligne horizontale, est la perspective d'une ligne originale couchée sur un plan de niveau & inclinée au plan vertical du côté où est le point A, & d'une quantité exprimée par le nombre qui marque le degré où est le point A : par exemple, DA ou EA sont les perspectives de deux droites de niveau, qui déclinent de 10 degrés à droite du plan vertical.

Problèmes sur la pratique de la Perspective par le Chassis.

383. PROBLEME I. D'un point donné C (Fig. 55.) sur un tableau, mener une droite perspectivement parallèle à une droite donnée en perspective comme DF. On suppose ces droites dans des plans de niveau.

SOLUTION. Prolongez DF jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne horizontale en quelque point B, & joignez CB.

384. PROBLEME II. Faire à l'extrémité D (Fig. 55.) d'une droite donnée en perspective DF, & posée originalement sur un plan de niveau, un angle dans le même plan de tant de degrés qu'on voudra.

SOLUTION. Prolongez DF jusqu'à la rencontre de la ligne horizontale en un point quelconque B, depuis lequel comptez sur les divisions le nombre de degrés demandés du côté où l'angle doit être, comme de B en A, & tirez DA.

385. REMARQUE I. Si l'angle demandé eût été, par exemple, de 60 ou 80 degrés, on l'auroit fait de même en prenant le point A à 60 ou à 80 degrés du point B, c'est-à-dire, 20 ou 40 degrés au-delà du point de vue S.

386. II. S'il eût fallu faire l'angle vers la droite du point B, & si les divisions de la ligne horizontale qui sont au-

delà de B n'eussent pas été suffisantes, on auroit pris depuis B vers la gauche un nombre de degrés égal au supplément de l'angle donné, comme depuis B jusques en A; & par les points A & D, on auroit tiré DR, qui eût fait l'angle perspectif BDR de la quantité & du côté demandés.

387. PROBLEME III. *D'un point D (Fig. 56) donné sur une droite CE mise en perspective, y élever perspectivement une perpendiculaire.*

SOLUTION. Ce problème revient au précédent. Ayant prolongé CE jusques à la ligne horizontale en B, il faut prendre un point A tel qu'il y ait 90° depuis B sur les divisions, & tirer AD.

388. PROBLEME IV. *D'un point donné sur un tableau, mener perspectivement une perpendiculaire à une droite donnée.*

SOLUTION. Soit CE (Fig. 56.) la droite donnée, & F le point donné. Ayant prolongé CE jusqu'à la ligne horizontale en B, prenez un point A éloigné de 90° du point B; par A & par le point F faites passer la droite AD qui sera la perpendiculaire cherchée.

389. PROBLEME V. *Etant données la distance d'un point original placé sur le terrain au plan du tableau, & sa distance au plan vertical, trouver son point de perspective.*

SOLUTION. Tirez une ligne occulte par les divisions du montant qui marquent la distance au plan du tableau, & une autre du point de vûe au point de la division de la base ou bord inférieur du tableau qui marque la distance du point original au plan vertical: l'intersection de ces deux occultes donnera le point de perspective cherché. Par exemple, si la distance au plan du tableau étoit de 4 modules, & au plan vertical de 3 modules à gauche, le point de perspective seroit en G.

390. REMARQUE. Si le point donné n'étoit pas sur le terrain, mais élevé au-dessus, ou enfoncé au-dessous, comme dans un fossé, il faudroit imaginer une droite tirée de ce point original perpendiculairement sur le terrain, laquelle mesure alors la hauteur ou l'abaissement de ce point à l'égard du terrain, & comme cette perpendiculaire

est en même temps parallèle au plan du tableau, & au plan vertical, le point du terrain auquel cette perpendiculaire aboutit, est à la même distance à l'égard de ces deux plans, que le point original. Il faut donc comme ci-dessus déterminer sur le tableau la perspective du point du terrain où la perpendiculaire aboutit, & y ayant fait passer une droite parallèle à la ligne verticale, il faut en déterminer perspectivement la longueur, selon la distance du point original au plan du Terrain, ce qu'on enseignera dans le problème suivant; & l'extrémité de cette perpendiculaire sera la perspective du point original donné.

391. PROBLEME VI. *Mettre en perspective une droite originale donnée de grandeur & de position.*

SOLUTION. Soit la longueur de la ligne donnée de 2 modules. Qu'une de ses extrémités G (fig. 56.) doive être éloignée du plan vertical de 3 modules, & du plan du tableau de 4. Je cherche par le problème précédent la perspective G de ce point : mais pour trouver celle de l'autre extrémité, il y a trois cas.

392. I. CAS. *Lorsque la ligne originale est parallèle au plan vertical.* Supposons que son extrémité G doive être la plus proche du tableau ; puisque la ligne a 2 modules de longueur, l'autre extrémité doit être éloignée du plan du tableau de 6 modules. Je tire du point G au point de vûe une droite GS, & par les points 6, 6 du montant, je mène la ligne occulte 6I6. L'intersection I donne l'autre extrémité cherchée.

Mais si le point G eût dû être l'extrémité la plus éloignée du tableau, j'eusse ôté 2 de 4, & par les points 2, 2 des montans, j'eusse mené une ligne occulte qui eût donné sur S 3 le point cherché.

393. II. CAS. *Lorsque la ligne originale est parallèle au plan du tableau.* Alors ou elle a son extrémité G la plus proche du plan vertical, ou cette extrémité en est la plus éloignée : dans ce dernier cas, il est clair que l'autre extrémité n'est éloignée du plan vertical que de 1 module. Du point de vûe S, je mène une occulte à la division 1 du bord inférieur

du tableau, & son intersection K avec la parallèle à la ligne horizontale qui passe par le point G, donne l'autre extrémité demandée.

Mais si l'extrémité G eût dû être la plus proche du plan vertical, j'eusse eu 5 modules de distance de l'autre extrémité au plan vertical, & j'eusse tiré du point de vûe S, une occulte à la division 5.

394. III. CAS. *Lorsque la ligne originale est oblique au plan vertical & au plan du tableau.* Comme si on vouloit qu'elle déclînât de 20 degrés à droite du plan vertical.

Par le point G je tire une droite au 20^e degré de la ligne horizontale à droite du point de vûe; de ce même point G & du même côté à droite vers lequel la ligne originale décline, je tire GK parallèle à la ligne horizontale, je la fais (393) perspectivement égale à la droite originale, c'est-à-dire, de 2 modules: de son extrémité K je tire une droite KQ qui puisse couper la ligne GL qui va de G au 20^e degré, du côté où doit être l'extrémité cherchée, & qui aboutisse en même temps au degré de la ligne horizontale où est marquée la moitié du complément de l'angle dont la ligne originale est oblique par rapport au plan vertical, (c'est ici 35° qui est la moitié de 70° complément de 20°) L'intersection de KQ avec GL, donnera en L la perspective de l'extrémité de la ligne demandée. Car en faisant attention à cette opération, on voit qu'on a mis en perspective un triangle original isoscele GKL, dont les côtés perspectivement égaux sont GK & GL.

395. REMARQUE. En construisant sur un plan à part, ou en calculant par la Trigonométrie, un triangle rectangle dont la droite originale seroit l'hypoténuse, & un des angles seroit égal à son obliquité à l'égard du plan vertical, on trouveroit par la valeur du côté opposé à cet angle, de combien l'autre extrémité de la ligne originale donnée, est plus ou moins éloignée du plan vertical que n'est le point G: du point de vûe S ayant tiré par G la droite SM, on prendroit sur les divisions du bord inférieur du tableau la quantité MP dont l'extrémité L de la ligne cherchée est

originellement plus près ou plus loin du plan vertical, & ayant tiré au point de vûe la droite PS, son intersection avec GH donnera en L le point cherché.

396. PROBLEME VII. *Diviser une ligne donnée en perspective en tant de parties égales qu'on voudra.*

SOLUTION. Soit PQ (Fig. 57.) la ligne donnée, qu'il faut diviser en quatre parties égales. Par un point S quelconque pris sur la ligne horizontale, tirez par les extrémités P, Q deux droites SD, ST jusques à la ligne du bord inférieur du tableau. Divisez l'intervalle DT en parties égales DM, ML, LG, GT, & tirez SM, SL, SG & la ligne donnée se trouvera divisée en parties égales, dans les points *m, l, g*. Car il est évident qu'elle se trouve interceptée entre des paralleles originales SD, SM, SL, SG, ST (383) & que ces paralleles sont également éloignées entr'elles, puisqu'elles coupent FD en parties égales. Donc elles coupent aussi PQ en parties perspectivement égales.

397. REMARQUE I. Pour plus d'exactitude, il faut choisir le point S de sorte, que ses deux distances aux extrémités de la ligne PQ donnée, soient les plus égales qu'il est possible.

398. REMARQUE II. S'il falloit diviser PQ en parties inégales entr'elles, mais déterminées selon un devis; on diviserait TD en parties proportionnelles à celles du devis, ce qui se peut faire aisément par le compas de proportion, & tirant du point S des lignes à ces divisions, elles couperont PQ aux points cherchés.

399. PROBLEME VIII. *D'un point donné A (Fig. 57) sur le terrain, tirer la perspective AK d'une droite qui fasse originellement avec le plan vertical un angle trop grand pour pouvoir être marqué sur la ligne horizontale.*

Du point donné A je tire du côté où j'ai la place suffisante, une droite AH parallele à la ligne horizontale, je la fais perspectivement égale au rayon principal. Je prends sur les divisions de la ligne horizontale une droite OZ depuis le point de vûe O jusques au point Z qui marque un degré égal au complément de l'angle donné: je vois sur les divisions

du bord inférieur de combien de modules est cette droite OZ, je tire OH, sur laquelle je prends HK perspectivement égale à ce nombre de modules. La droite AK sera la direction de la perspective demandée.

Car AH étant égale au rayon principal, & l'angle AHO étant perspectivement droit, il est clair que HK est perspectivement la tangente de l'angle HAK, complément de l'angle donné. Donc AK est la direction cherchée.

400. REMARQUE. Si on vouloit que la droite demandée fût en même temps d'une longueur donnée, il faudroit prendre sur AH un point N tel que AN fût perspective-ment égale à la droite demandée, & mener NC au degré de la ligne horizontale qui est la moitié du complément de l'angle donné (394). Ce qui donnera AV.

401. SCHOLIE. Il résulte de tous les problèmes précédens, qu'on peut mettre sur le châssis le plan perspectif d'un objet sur le dévis de ses angles & de ses côtés. L'exécution en sera plus prompte & plus commode, souvent même plus exacte, en y employant les positions & les longueurs de différentes diagonales qu'on imagine sur le plan original. Le calcul en est très-facile dans les polygones réguliers. C'est sur quoi il faut beaucoup s'exercer.

402. PROBLEME IX. *Mettre en perspective des droites perpendiculaires au plan horizontal : ou ce qui est le même, mettre en perspective les lignes de hauteur.*

I. SOLUTION. On peut résoudre ce problème par ce qui a été enseigné ci-dessus n°. 357.

403. II. SOLUTION. Qu'il faille élever du point Q (Fig. 57) une perpendiculaire à l'horizon, haute de 6 modules $\frac{1}{2}$. Par le point de vûe O, ou même par un point quelconque pris dans la ligne horizontale, & par le point Q tirez une droite OF, jusques au bord inférieur du tableau en F. Elevez au point F une perpendiculaire FE à ce bord inférieur, faites-la de six modules $\frac{1}{2}$ pris sur les divisions de ce bord, & portés de F en E, tirez OE, & son intersection avec une perpendiculaire QI à la ligne horizontale tirée du point Q, donnera en I le sommet de la ligne cherchée.

Car il est évident (381) que OF & OE sont les perspectives de deux lignes de niveau parallèles entr'elles, & que par conséquent les droites FE, QI qu'elles interceptent sont originalement égales entr'elles.

404. III. SOLUTION. Il est clair que la distance de la ligne horizontale à la perspective d'un point original placé sur le terrain, contient toujours autant de modules qu'on en a supposés dans la hauteur de l'œil au-dessus du terrain. Par exemple, si on a tiré la ligne horizontale à cinq modules de distance du bord inférieur pris sur les divisions de ce bord, ce qui suppose que l'œil est élevé de 5 modules au-dessus du terrain, la distance du point Q à la ligne horizontale est de 5 modules perspectifs; regardant donc QR comme ayant cinq modules, on pourra prendre dessus un point I qui soit éloigné du point Q de $6\frac{1}{2}$ des cinq parties égales qu'on trouve dans QR. Ceci s'exécute facilement à l'aide du compas de proportion.

405. PROBLEME X. *Diviser les lignes perspectives des hauteurs en parties égales ou inégales dans un rapport donné.*

SOLUTION. Les lignes perspectives des hauteurs étant parallèles au plan du tableau, elles se divisent en parties égales ou inégales dans le rapport donné, & cela ou par le compas de proportion, ou en marquant sur FE (Fig. 57) les modules du devis pris sur les divisions du bord inférieur du tableau, & en tirant du point O des droites aux divisions de FE, & elles diviseront QI dans le même rapport.

406. PROBLEME XI. *Déterminer sur le tableau le point accidentel des parallèles qui sont inclinées à l'horizon, & données de position.*

SOLUTION. Puisque les parallèles sont données de position, ayant imaginé des plans verticaux sur lesquels chacune de ces parallèles est tirée, il est clair que ces plans verticaux sont aussi parallèles entr'eux, & qu'on sçait la position qu'ils ont à l'égard du plan vertical du tableau. Or, ou ils sont parallèles à ce plan vertical, ou ils sont posés obliquement à son égard d'une quantité donnée.

407. I. Si ces plans verticaux sont parallèles au plan ver-

vertical du tableau, le point accidentel cherché est dans la ligne verticale du tableau, au-dessus ou au dessous du point de vûe, d'une quantité égale au nombre des degrés du complément de l'inclinaison de ces paralleles à l'égard de l'horizon, pris depuis le point de vûe sur les divisions de la ligne horizontale : le point accidentel est au-dessus du point de vûe, si l'inclinaison de ces lignes écarte leur sommet du plan du tableau, & au-dessous si elle l'en rapproche.

408. Qu'on veuille, par exemple, mettre en perspective un parallépipède rectangle dont les faces soient inclinées à l'horizon de 39° , & appuyé parallèlement au plan vertical, contre un plan perpendiculaire à l'horizon; comme si c'étoit une solive (voyez fig. 60) appuyée contre un mur situé parallèlement au plan du tableau. Alors il est clair 1°. que les côtés qui terminent les faces du parallépipède sont des paralleles inclinées à l'horizon de 39° , & que les plans verticaux dans lesquels on suppose ces côtés, sont paralleles au plan vertical du tableau. 2°. Que les plans des bases du parallépipède sont aussi inclinés à l'horizon d'une quantité égale à 51° complément de 39° , à cause des angles droits qui sont aux angles solides du parallépipède: 3°. que parmi les huit lignes qui terminent les deux bases, il y en a quatre paralleles à l'horizon (mis ici en perspective ab, dc, AB, DC) sçavoir, celle qui est couchée sur le terrain & sa parallele (AB, DC) & celle qui est appuyée sur le mur & sa parallele (ab, dc): & les quatre autres ($ad, bc; AD, BC$) sont inclinées à l'horizon de 39° . D'où l'on voit qu'il faut trouver dans la ligne verticale deux points accidentaux, l'un T au-dessus du point de vûe, pour les droites (Aa, Bb, Cc, Dd) qui terminent les faces, & dont l'inclinaison écarte leur sommet du plan du tableau, & l'autre P au-dessous du point de vûe S, pour celles (AD, BC, ad, bc) qui terminent les bases, & dont l'inclinaison les rapproche du plan du tableau. Il faut donc prendre sur les divisions de la ligne horizontale une droite égale au complément de 51° , c'est-à-dire, à la tangente de 39° , & la porter de S en T, & une ligne égale au complément de 39° , & la porter

de S en P; la figure fait entendre le reste.

409. II. Si ces paralleles données sont dans des plans verticaux qui fassent un angle avec le plan vertical du tableau : comme si on supposoit que le parallélopipede de l'exemple précédent dût être appuyé sur un plan qui fit avec le plan vertical un angle de 30° , ou ce qui est le même, qui eût une obliquité de 60° à l'égard du plan du tableau, alors il faudroit trois points accidentaux, l'un en T (fig. 59) pour les côtés qui terminent les faces, l'autre en Q pour les côtés de la base qui sont appuyés l'un sur le terrain, l'autre sur le mur, & pour leurs paralleles; & le troisieme en P, pour les côtés de la base qui ne touchent le terrain ou le mur què par une de leurs extrémités, & pour leurs paralleles.

410. Il n'y a aucune difficulté pour le point accidentel Q des lignes qui sont couchées sur le terrain, il doit toujours être dans la ligne horizontale, au point qui marque leur obliquité à l'égard du plan vertical. Mais pour trouver chacun des deux autres, par exemple T, voici la méthode.

411. Prenez sur la ligne horizontale VQ la tangente VE du complément de l'inclinaison des faces à l'horizon. Portez-la de O en F sur une perpendiculaire élevée du point de 45° . Joignez VF qui coupera en R la perpendiculaire DT élevée du point D où est marqué le complément de la déclinaison des faces à l'égard du plan vertical; portez OF de D en K, joignez KR, faites $DT = KR$, & le point accidentel cherché sera en T. On trouve de même le point P.

412. Pour démontrer cette pratique, il faut concevoir qu'une droite inclinée à l'horizon de 39 degrés, par exemple, étant prolongée à l'infini, iroit aboutir dans le ciel en un point élevé de 39° au-dessus de l'horizon, ou si on veut, elle iroit aboutir dans la circonférence d'un petit cercle de la sphere céleste, parallele au cercle de l'horizon, & éloigné par-tout de 39° . (On appelle en Astronomie ces sortes de paralleles à l'horizon des *Almicantarats*, c'est un mot Arabe.) Or puisque (377) la ligne horizontale du tableau est la perspective de l'horizon céleste, la perspective d'un
almicantarats

almicantarat est une hyperbole, dont le sommet est dans la ligne verticale, le demi-axe principal est égal à la tangente de la hauteur de ce cercle au-dessus de l'horizon, (c'est-à-dire, il est égal à la partie de la ligne horizontale, comprise depuis le point de vûe, jusques à la division qui marque le nombre des degrés de la hauteur), & le second demi-axe est le rayon principal.

413. Car un cercle céleste parallèle à l'horizon est la base d'un cone optique dont le sommet est dans l'œil, & la base du cone opposé est un almicantarat également abaissé au-dessous de l'horizon. Que A (fig. 58) soit le lieu de l'œil, que ABH représente le plan de l'horizon céleste confondu avec le terrain ou plan géométral à une distance infinie du point A, que PT représente le plan du tableau, MEG l'almicantarat élevé au-dessus de l'horizon de la quantité mesurée par l'angle HAE, & KNI l'almicantarat au-dessous de l'horizon, il est clair que les deux cones opposés étant coupés par le plan du tableau PT, parallèlement à leur axe CL, les sections *mSM*, *Nsn* sont deux hyperboles, dont le point de vûe B du tableau est le centre, & AD ou SB est le demi-axe principal. Et pour faire voir que AB est le demi-axe conjugué, soit AD ou SB = a , soit SD, PC, ou AB = b (c'est le rayon principal). Soit AC ou BP = x : Donc SP = $x - a$. Soit PM = y . Dans les triangles rectangles ASD, SPE, on a AD: SD:: SP: EP. Donc EP = $\frac{bx - ab}{a}$, & EC = EP + PC = $\frac{bx}{a}$: de même PG = PC + CG = $\frac{bx + ab}{a}$: Or à cause du cercle EMG, on a (Elem. 565) $PM^2 = PE \times PG$: donc $yy = \frac{bbxx}{aa} - bb$. C'est (Elem. 840) l'équation à l'hyperbole dont a & b sont les deux demi-axes.

414. D'où l'on voit que si par le point C (fig. 59) qui marque sur le plan vertical une hauteur de 39° (ayant fait VC = VE) on fait passer une hyperbole CTB dont VC & VO soient les demi-axes, elle fera la perspective de l'almicantarat de 39° , & que le point accidentel qu'on cher-

che doit se trouver dans cette hyperbole à l'endroit où elle est rencontrée par la perpendiculaire élevée du point D. Reste donc à démontrer que par la construction enseignée cy-dessus (411), on a trouvé le vrai lieu du point T.

415. Soit donc $VO = b$, VC ou $OF = a$, $VD = y$, DT ou $KR = x$, à cause des triangles semblables VDR , OVF , on a $OV : OF :: VD : DR$, donc $DR = \frac{ay}{b}$, & $DR^2 = \frac{aayy}{bb}$, & à cause de KD ou $VC = a$, on a $KD^2 = aa$: or dans le triangle rectangle KDR , on a $KR^2 = KD^2 + DR^2$ où $xx = aa + \frac{aayy}{bb} = DT^2$. Donc (Elem. 844) DT est une ordonnée au second axe d'une hyperbole dont VC & VO sont les demi-axes conjugués.

416. COROLL. I. Il est clair (Elem. 833) que VF est l'asymptote de l'hyperbole CTB , de sorte qu'ayant le point T de l'almicantarar de 39° , il est aisé (Elem. 874.) de décrire l'hyperbole entière qui est la perspective de cet almicantarar.

417. REMARQUE I. Cette méthode est très-pratiquable lorsque les inclinaisons & les déclinaisons des lignes originales n'excedent pas 50 à 60 degrés: car lorsqu'elles sont plus grandes, elles exigent des prolongemens de lignes sur le plan du chassis qui sont fort incommodes. On est même alors obligé de se passer de point accidentel, & de déterminer chaque ligne inclinée en particulier, en cherchant par la Trigonométrie ou par une opération graphique (voyez-en la méthode n°. 518) le point du terrain ou répond l'aplomb du sommet de chaque ligne inclinée, & la longueur de cette ligne à plomb, puis en mettant ce point & cette longueur en perspective.

418. REMARQUE II. Ayant compris tout ce qui s'est dit précédemment, la figure 59 fait voir comment on a mis facilement en perspective le parallélopipede proposé ci-dessus (n°. 409).

419. COROLL. 2. Il est évident que dans la formule $xx = \frac{aabb + aayy}{bb} = (bb + yy) \times \frac{aa}{bb}$, a est la tangente de

l'inclinaison I des paralleles données, y est la tangente de l'obliquité O du plan vertical du tableau à l'égard du plan vertical dans lequel elles sont situées, & b est le sinus total R : cette formule est donc $xx = (R^2 + T^2 O) \times \frac{T^2 I}{R^2}$:

Or selon les principes de la Trigonométrie $\sec^2 = R^2 + T^2$:

Donc $xx = \sec^2 O \times \frac{T^2 I}{R^2}$: Donc $x = \sec O \times \frac{TI}{R}$. Mais selon

les mêmes principes, $\sec = \frac{R^2}{\cos}$: Donc $x = \frac{R^2}{\cos O} \times \frac{TI}{R} = \frac{R \times TI}{\cos O}$. On a donc cette analogie: Comme le cosinus de

l'obliquité du plan vertical du tableau à l'égard des plans verticaux sur lesquels sont situées des paralleles originales inclinées à l'horizon, est à la tangente de cette inclinaison: ainsi le rayon est à la distance de la ligne horizontale du tableau au point accidentel de ces paralleles.

420. COROLL. 3. D'où on voit que si par tous les degrés marqués sur la ligne horizontale on tire des perpendiculaires, elles feront autant de perspectives de grands cercles de la sphere perpendiculaires à l'horizon (on les appelle en Astronomie des cercles verticaux) propres à mesurer par leurs degrés toutes les inclinaisons possibles des droites situées obliquement à l'horizon & au plan vertical. La ligne verticale du tableau est elle-même un de ces grands cercles, qu'on peut comparer au méridien de la sphere céleste. Si donc on vouloit diviser en degrés tous ces verticaux perspectifs, il est clair que la ligne verticale auroit des divisions égales à celles de la ligne horizontale; & qu'à l'égard des autres verticaux, on les diviseroit aisément par le calcul de l'analogie précédente.

421. Mais pour faire graphiquement cette division, soit OQ (fig. 61) la ligne horizontale, SB la ligne verticale, OY le vertical qu'il faut diviser. Portez le rayon principal de O en Q , & portez de O en M la distance OS de ce vertical au point de vûe. (En regardant la ligne verticale du tableau comme le méridien, la distance OS s'appellerait en Astronomie l'*Azimuth* du vertical à diviser.) Joignez

MQ, & du point Q comme centre avec le rayon QO décrivez l'arc de cercle ON. Du point N abaissez sur OQ la perpendiculaire NL, laquelle est évidemment le cosinus de l'azimuth, puisque OM en est la tangente & NL le sinus. Portez LQ de Q en P, à l'opposite du point O. Faites passer par P la perpendiculaire CPR sur laquelle portez de part & d'autre du point P comme en *t*, *u*, *x* &c. les divisions prises sur la ligne horizontale depuis S. Par le point Q & par les points *t*, *u*, *x* &c. tirez des droites qui donneront les points T, V, X &c. des divisions demandées. Car Pt étant, par exemple, la tangente de 10° dont le rayon est OQ, les triangles rectangles QOT, QPt donnent $QP:Pt::QO:OT$. C'est l'analogie du corollaire précédent (419).

422. REM. III. En supposant un cube inscrit dans la sphere céleste ou terrestre, en sorte que l'axe de l'équateur ou celui de l'Ecliptique soit perpendiculaire à deux faces opposées, on peut, en suivant ces regles, projeter sur les quatre autres faces les points qui sont sur la surface de la sphere qui s'étendent à 45° de part & d'autre de l'équateur ou de l'écliptique. On en pourroit aussi projeter de plus éloignés, en supposant que les plans de ces faces fussent prolongés. C'est ainsi qu'ont été construites les Cartes célestes du Pere Pardies.

423. PROBLEME XII. *Mettre en perspective une figure placée sur un plan de niveau éloigné de celui du terrain.*

SOLUTION. Prenez sur les divisions du bord inférieur AB (fig. 62) du tableau le nombre de modules dont ce plan est élevé, portez-le de part & d'autre sur les montans du châssis de B en L, & de A en K, joignez LK, & considérez cette droite comme si c'étoit le bord inférieur du tableau, l'espace LCDK, comme s'il étoit le terrain ou le champ du tableau, en sorte que la figure donnée soit placée sur ce terrain. La droite LK aura donc toutes les mêmes divisions que BA; & les mêmes usages à l'égard de cette figure, que BA à l'égard des objets couchés réellement sur le terrain. L'usage de la ligne horizontale & de ses divisions

ne changera pas, mais à l'égard des droites CL, DK sur lesquelles il faut prendre les distances des points de la figure donnée au plan du Tableau, leurs divisions ne sont pas les mêmes que celles des droites CB, DA, mais elles leur sont proportionnelles. C'est pourquoi on peut rapporter les unes aux autres par le moyen du compas de proportion, ou graphiquement de la manière suivante.

Portez la droite DA sous un angle à volonté de D en F, pour avoir $DF = DA$. Marquez sur DF les divisions de la droite DA que vous voulez rapporter sur DK, & ayant joint FK, par tous ces points tirez sur DK des parallèles à FK, elles donneront sur DK les divisions correspondantes à celles de AD. Comme si on vouloit avoir sur DK le point de 2 modules de distance au tableau, on prendra deux modules de F en G, on tirera GH parallèle à FK, & on aura KH pour la mesure de deux modules de distance au tableau sur le plan élevé.

Ce seroit précisément la même chose pour un plan plus haut que le plan horizontal ou plus bas que le terrain, comme si on vouloit représenter quelque chose dans un fossé. Il faudroit seulement dans le premier cas porter LK au-dessus de CD, & dans le second cas, au-dessous de BA comme en *lk*.

424. PROBLEME XIII. *Etant donnée la perspective B (fig. 63) du centre d'un cercle d'un rayon donné, comme de 3 modules, trouver la perspective de ce cercle.*

SOLUTION. Faites passer par le point donné B & par le point de vûe V, une droite FV, & une parallèle DC à la ligne horizontale. Faites (391) BC, BD perspective-ment de 3 modules. Faites encore passer par le point B deux droites FG, OL qui tendent au point de 45° de part & d'autre. Du point de $22^\circ \frac{1}{2}$ à droite tirez par les points C, D deux droites CM, DN qui donneront les points M, N sur la droite OL; & de l'autre point de $22^\circ \frac{1}{2}$ degrés à gauche tirez par les mêmes points C, D deux droites qui donneront sur PG deux points *k*, I. Enfin faites passer une courbe régulière par les huit points trouvés C, I, E, N, D, K, F, M;

ce fera la perspective du cercle donné.

425. Il est évident que *la perspective d'un cercle doit être une ellipse de quelque façon que le cercle soit situé*. Car les rayons tirés de chaque point de la circonférence de ce cercle à l'œil du spectateur forment un cône ou un conoïde dont le sommet est dans l'œil, & dont la section par le plan du tableau ne peut être qu'une ellipse.

426. On décrira plus facilement & plus exactement cette ellipse si on fait passer par les points E, F des parallèles à la ligne horizontale, qui formeront un Trapeze PLGO, lequel est la perspective d'un quarré dans lequel le cercle original est inscrit. L'ellipse doit donc aller toucher tous les côtés de ces trapezes aux points C, D, E, F.

En faisant attention à l'opération prescrite dans ce problème, on voit qu'elle sert à trouver les sommets des huit angles d'un octogone régulier qui seroit inscrit dans le cercle.

427. REMARQUE. Il est évident que le point B n'est pas le centre de l'ellipse, ni DC son grand axe. Le centre est au point S qui est au milieu de la droite EF. Car OG ou PI est une tangente à l'Ellipse, & DC qui lui est parallèle est coupée en deux également en B par la droite EF qui passe par les points de contact : Donc DC est une double ordonnée dont EF est le diamètre, donc le centre de l'ellipse est à son point de milieu S.

428. A l'égard de la position des axes de cette ellipse, elle varie selon la distance du cercle original au plan vertical & au plan du tableau. Comme ceci n'est que de pure curiosité, il suffit de remarquer en général que le grand axe d'une ellipse qui est la perspective d'un cercle, n'est que la perspective de la corde de ce cercle qui joint les deux points de contact des deux rayons visuels tirés de l'œil à ce cercle.



CHAPITRE III.

Exemple, & Remarques générales pour tracer toutes sortes de Perspectives.

429. **L**ORSQUE l'on veut mettre en perspective un objet composé d'un grand nombre de parties, l'adresse du dessinateur consiste à remarquer avec soin quelles sont celles qui sont situées dans un même alignement, dans des lignes parallèles, dans des mêmes verticales, dans des mêmes diagonales, &c. afin que toutes ces parties se trouvent dans leurs vraies places dans la perspective, & que les erreurs des opérations ne se multiplient pas.

430. Qu'il faille, par exemple, mettre en perspective un piedestal d'ordre Toscan : de sorte qu'une des faces visibles soit inclinée au plan vertical de 40° à gauche, & l'autre face de 50° à droite : que le coin de la plinte inférieure le plus proche de l'œil soit éloigné du plan du tableau d'un module, & à gauche du plan vertical de deux modules. Qu'enfin toutes les dimensions de ce piedestal soient comme elles sont marquées dans la figure 64, laquelle peut être aussi grossièrement faite qu'on voudra, parce qu'elle ne sert qu'à montrer l'ordre & la position des parties ; mais toutes les dimensions y doivent être exactement marquées par des nombres.

431. Pour embrasser moins de difficultés à la fois nous représenterons les différentes opérations qu'il faut faire par différentes figures, ce qui servira encore à éviter la confusion des lignes. Et d'abord ayant construit mon châssis perspectif suivant les dimensions auxquelles je me suis déterminé par la grandeur de mon tableau, je tire du point de vûe V (fig. 73) au point marqué 2 sur le bord inférieur du tableau, à gauche de la ligne verticale, une droite V 2 ; & par les points marqués 1 sur les montans, je tire une

droite 1A1 qui me donne en A la perspective du coin du piedestal le plus proche de l'œil (389.)

432. Du point A je tire les droites indéfinies A40, A50 qui sont les directions des deux faces visibles. Du point de vûe V je tire au bord inférieur du tableau à la division 7 sur la droite, une droite V7 dont l'intersection avec 1A1 donne (393) AC perspectivement de 9 modules, parce que selon le devis les faces de la plinte inférieure du piedestal ont 9 modules de longueur. Du point C je tire à 20° (moitié de 40° complément de 50°), une droite C20 à droite, qui donne en E la perspective du coin de la plinte qu'on voit à droite (394) Après quoi j'acheve facilement la perspective ADEF de l'assiette de la plinte, en tirant de A une droite à 5° direction de la diagonale, & de E une droite EF à 40° , leur intersection F est la perspective du coin de la plinte opposé au coin A : Par F & par 50° , je fais passer une droite qui va rencontrer en D la droite A40.

433. Et parce que cette plinte est quarrée, que d'ailleurs toutes les dimensions des moulures du piedestal sont égales sur chacune de ses quatre faces, j'en conclus que non-seulement la diagonale tirée du point A au point F, mais encore toutes celles qu'on voudra tirer sur le plan de toutes les moulures, doivent aboutir au 5° degré à droite de la ligne horizontale, puisque ce degré est à 45 degrés des deux points 40° à gauche & 50° à droite.

434. J'en conclus encore qu'en imaginant un plan élevé perpendiculairement sur la diagonale 5A de l'assiette de la plinte, toutes les diagonales des plans des moulures doivent être dans ce même plan.

435. C'est pourquoi I°. Pour pouvoir marquer facilement les retraites & les saillies de ces moulures, je divise une partie de cette diagonale la plus proche de l'œil en parties perspectivement égales (396). Pour ne pas embarrasser de divisions le bord inférieur du tableau, je me sers de la ligne AC qui lui est parallèle. Et parce que le point de la ligne horizontale qui doit servir à faire cette division est arbitraire (396), je choisis le point de 40° , par lequel

& par le point E (Fig. 74) je tire une droite jusqu'à ce qu'elle rencontre en G la droite AC prolongée s'il est nécessaire. Je divise AG en 9 parties égales à cause des 9 modules de face que la plinte inférieure doit avoir. Je subdivise les deux premières parties qui sont vers A en d'autres plus petites, comme ici en moitiés. Par ces divisions je tire à 40° des droites qui divisent AF aux points H, K, L qui serviront à trouver les retraites & les saillies; je les marque des mêmes nombres que leurs parties correspondantes sur AG.

436. Il faut remarquer que les parties AH, HK, KL ne sont pas des demi-modules perspectifs: ce sont des quantités qui sont à des demi-modules du devis, comme la diagonale d'un quarré est à son côté, ou comme $\sqrt{2}$ à 1; ce sont les parties *Ab, bk, kl* qui sont des demi-modules perspectifs. J'appellerai les divisions de la ligne AF, *l'échelle des saillies*.

437. II°. Pour avoir facilement les dimensions en hauteur, je prolonge la diagonale FA jusques au bord inférieur du tableau en M, j'éleve une perpendiculaire indéfinie MT, sur laquelle je marque avec les divisions du bord inférieur du tableau toutes les dimensions des hauteurs marquées dans le devis (fig. 64.) aux lettres N, O, P, Q, R, S, T. J'appellerai dans la suite la droite MT (fig. 74) *l'échelle des hauteurs*.

438. Tout étant ainsi préparé, des quatre coins de l'assiette de la plinte (fig. 75) j'éleve des perpendiculaires indéfinies AB, DI, FG, EC, & je tire du point N de l'échelle des hauteurs une droite N5 au point 5 de la ligne horizontale: son intersection avec AB donne en B la hauteur perspective AB du coin de la plinte. De ce point B je mene au point de 40° une droite qui rencontrant la perpendiculaire DI, donne en I le sommet du coin de la plinte qu'on voit à gauche: & une droite au point de 50° qui donne en C le haut du coin de la droite: du point C je tire à 40° & du point I à 50° des droites qui donnent en G par leur intersection le haut du coin de la plinte op-

posé au coin A. Or si l'on a opéré exactement, le point G doit se trouver non-seulement dans la perpendiculaire FG, mais encore dans la diagonale N5. Ces deux vérifications doivent servir par-tout à se redresser, & à empêcher que les erreurs ne se multiplient.

439. Pour élever perspectivement le réglet marqué ON dans le devis, je tire d'abord les diagonales BG, IC; (fig. 76) & parce que selon le devis, ce réglet doit avoir 0,6 modules de retraite, je prends sur l'échelle des faillies une portion $AH = 0,6$. J'éleve du point H une perpendiculaire jusques à la rencontre D de la diagonale BG. Le point D est le coin inférieur de ce réglet. De ce point je tire à 40° puis à 50° des droites qui donnent sur la diagonale IC les deux coins inférieurs K, F: de ces deux points K, F je tire à 50° & à 40° deux droites qui doivent s'entre couper, & donner le coin E précisément sur la diagonale BG: de sorte que le Quadrilatere DKEF est la perspective de l'assiette du réglet. De ces quatre coins, j'éleve des perpendiculaires indéfinies, puis par le point O, qui marque sur l'échelle des hauteurs la hauteur du réglet, & par le point de 5° je tire une droite O5 qui donne en V sur la perpendiculaire DV le sommet du coin du réglet, & en Y le sommet du coin opposé. Je tire à 40° & à 50° des droites qui donnent comme ci-dessus les sommets des deux coins d'à côté en L & en X. Pour vérifier mes opérations, je tire des points L, X aux points de 50° & de 40° deux droites qui doivent se couper au point Y déjà trouvé. Par ce moyen la perspective du réglet est achevée.

440. Pour élever le dé, je tire les diagonales LX, YV: (fig. 77) & parce que selon le devis, ce dé a 1,2 modules de retraite, je prends sur l'échelle des faillies un espace $AC = 1,2$. Du point C j'éleve une perpendiculaire indéfinie, qui rencontrant la diagonale VY au point K, donne en ce point le coin inférieur du dé, en supposant que ce dé n'ait pas de chanfrein. Du point K je tire à 40° & à 50° des droites qui donnent les points B & D sur la diagonale LX, où doivent répondre les coins inférieurs vus

de côté, & par les points B, D tirant des droites à 50° & à 40° je dois trouver en I sur la diagonale VY le coin opposé au coin K. Ainsi le quadrilatere KBID est la perspective de l'assiette du dé.

441. Des quatre angles de ce quadrilatere, j'éleve des perpendiculaires indéfinies KE, BG, DF, IH; & pour les terminer à la hauteur nécessaire, du point Q qui marque cette hauteur sur l'échelle des hauteurs, je tire à 5° une droite Q5 qui donne en E le sommet du coin de devant. De ce point E je tire à 40° & à 50° des droites qui donnent en G & en F les deux coins d'à côté; de G & F je tire à 50° & à 40° des droites qui doivent se couper dans la droite Q5, & donner en H le coin opposé à la vûe.

442. Pour décrire le chanfrein du pied du dé: du point P qui marque la hauteur de ce chanfrein sur l'échelle des hauteurs, je tire à 5° une droite qui donne en k la hauteur de ce chanfrein sur le coin KE, & par des droites tirées comme ci-dessus à 40° & à 50° , je trouve les autres points b, d, i: je décris donc une courbe de b en L, de d en X & de k en V, observant que la concavité de cette dernière courbe doit être tournée vers la gauche, parce que l'œil est situé à droite du piedestal.

443. Je passe maintenant à la base du talon marqué RQ sur le devis (fig. 64) & à la règle ou bandelette SR qui est posée sur ce talon.

Sur le quarré perspectif du sommet du dé (fig. 78) je tire les diagonales GF, EH, je les prolonge un peu au-delà du dé, parce que la base du talon doit saillir. La retraite de cette base est marquée o, 9 dans le devis: c'est pour-quoi du point B pris sur l'échelle des saillies, j'éleve une perpendiculaire BC qui donne en C, où elle rencontre le prolongement de la diagonale EH, le coin de devant de la base du talon: après quoi je trouve facilement comme ci-dessus les autres coins I, L sur les prolongemens de la diagonale GF, & le coin K sur la diagonale EH.

444. Ensuite à cause que la bandelette est dans le même à plomb que la plinte inférieure, je prolonge indéfiniment

les perpendiculaires qui terminent les coins visibles V, A, X de cette plinte. Du point R pris sur l'échelle des hauteurs, je tire à 5° une droite R_5 qui donne en P sur la perpendiculaire AP le coin inférieur de la bandelette. Du point S qui marque sur l'échelle des hauteurs, la hauteur de cette bandelette, je tire à 5° une droite S_5 qui donne sur la même perpendiculaire le sommet p de ce coin : après cela je trouve facilement les deux autres coins visibles Nn, Oo , en tirant des droites à 40° & à 50° .

445. Et parce que selon le devis, la partie supérieure du talon se termine au-dessous de cette bandelette avec une retraite de $0,3$ module, ayant tiré la diagonale NO ; (fig. 79) d'un point pris sur l'échelle des saillies à $0,3$ module de distance du point A , j'éleve une perpendiculaire qui va rencontrer R_5 au point c où doit être le coin de ce talon : par des droites tirées de c à 40° & à 50° & terminées à la diagonale NO , je trouve les deux autres coins visibles i, l ; je décris les courbes iI, lL, Cc , après quoi la perspective de ce talon est achevée.

Il ne reste plus que la plinte supérieure : & parce que selon le devis, elle a précisément la même saillie que le dé : je prolonge indéfiniment les droites qui terminent les coins de ce dé. Du point T qui marque sur l'échelle des hauteurs la hauteur de la plinte, je mene à 5° une droite T_5 , qui rencontre en E la ligne du coin de devant prolongée : ce point E est donc la perspective du coin supérieur de la plinte ; enfin, en tirant de ce point E des droites à 40° & à 50° je trouve les deux autres coins visibles en G & en F .

446. Voici maintenant quelques Remarques sur les pratiques précédentes.

I°. Si dans le devis il y avoit quelque partie qui dût saillir plus que le coin inférieur de la base de l'objet, on pourroit trouver ces saillies sur l'échelle en y faisant des divisions qui soient en-deça du point A .

447. II°. Si on a marqué sur le bord supérieur du tableau les mêmes divisions que sur le bord inférieur, ainsi qu'on en a averti au n°. 372, on élèvera facilement

toutes les perpendiculaires nécessaires, parce qu'il ne faudra qu'appliquer une règle sur deux divisions correspondantes de chaque bord, en sorte que la règle passe en même tems par le point d'où il faut élever la perpendiculaire.

448. III°. Dans la pratique de la perspective les diagonales sont d'un grand secours, tant pour vérifier les positions des angles perspectifs des polygones, que pour trouver les centres perspectifs de ces mêmes polygones : par exemple, on eût pû vérifier encore toutes les opérations de l'exemple précédent en examinant si toutes les intersections mutuelles des diagonales qu'on y a tirées sont dans une même droite parallèle à la ligne verticale. Car elles doivent toutes se couper dans l'axe du piedestal, & cet axe est une ligne à plomb.

449. IV°. Les intersections des diagonales servent à trouver sur le terrain perspectif le point qui répond aux sommets des objets terminés en pointes ou pyramides, comme sont les clochers, les tourelles, les pavillons, &c.

450. V°. Les diagonales sont très-commodes pour prendre les saillies & les retraites : mais l'usage que nous en avons fait dans l'article précédent ne s'étend qu'aux quarrés & aux polygones réguliers symétriques : parce que les retraites ou les saillies étant toujours d'une largeur égale sur toutes les faces du solide, elles forment des quarrés ou des polygones réguliers concentriques, & par conséquent les coins de ces saillies ou retraites sont dans les diagonales qui passent par le centre de la figure du plan sur lequel on les pose.

451. Lorsque ces plans ne sont pas quarrés, mais, ce qui est le plus ordinaire, en parallélogrammes rectangles comme ABCD, (fig. 72) dont les côtés AB, CD sont de 3 modules $\frac{1}{2}$ & les côtés BC, AD de $4\frac{1}{2}$ modules, il faut prendre depuis chaque angle sur les côtés originalement les plus longs AD, BC, des parties AE, BF, DG, CH respectivement égales aux côtés originalement les plus petits AB, DC, & qui soient par conséquent de $3\frac{1}{2}$ modules dans cet exemple, afin de décrire sur la surface du rectangle

ABCD des quarrés perspectifs ABFE, DCHG dont les diagonales BE, AF, GC, DH serviront, comme ci-dessus, à trouver les coins des faillies & des retraites: on pourra même en choisir une pour la diviser & en faire une échelle de faillies.

452. Mais si le plan est un polygone irrégulier, alors, au lieu d'un simple devis de l'arrangement & des dimensions des parties de l'objet qu'on veut mettre en perspective, il en faut faire géométriquement un plan exact, sur lequel toutes les retraites & les faillies soient marquées dans toutes leurs dimensions & proportions, assujeties à une échelle assez grande, pour que les petites parties y soient sensibles. Il faut sur ce plan tirer deux perpendiculaires qui marquent la vraie position du plan vertical, & celle du tableau, afin qu'on puisse mesurer avec le compas & l'échelle, la distance de chaque point à ces deux plans, pour mettre ces points en perspective selon le problème V ou XII.



CHAPITRE IV.

*Des préparations nécessaires pour mettre en perspective
un grand nombre d'objets donnés de grandeur
& de position.*

J'APPELLERAI le devant de la scène tous les objets qu'on veut faire entrer en entier sur le devant du tableau.

453. 1°. Lorsqu'on a un grand nombre d'objets à mettre en perspective, ou ce qui revient au même, lorsque l'objet qu'on veut représenter est très-grand, comme un Palais entier, un Jardin avec ses avenues, &c. après en avoir fait un devis qui marque les distances respectives, les hauteurs & grosseurs de toutes les parties, il faut calculer à quelle distance du tableau on doit supposer le devant de la scène. Pour y réussir, il faut commencer par prendre sur son devis la hauteur de l'objet le plus proche du tableau & le plus élevé, & faire cette analogie :

Comme la hauteur du tableau,

Est au rayon principal ;

Ainsi la hauteur de l'objet,

*Est à la distance de l'œil où il faut placer l'objet, pour que
sa hauteur puisse être représentée toute entière dans le
tableau.*

Par exemple, supposant que AB, (fig. 65) est l'objet le plus proche & le plus élevé, sa hauteur étant de 16 modules : le tableau TR ayant 5 modules de hauteur, le rayon principal OT de 10 modules. Il est clair que $RT : TO :: BA : AO$. Par le calcul $AO = 32$ modules, & par conséquent $AT = 22$ modules. Il faut donc éloigner le devant de la scène de 22 modules, afin que l'objet le plus proche & le plus élevé s'y voye tout entier.

454. II°. Il faut voir ensuite si en supposant la distance trouvée ci-dessus, le tableau est assez large pour comprendre tout le devant de la scène, pour cela il faut faire cette analogie:

*Comme la distance de l'œil à l'objet trouvé par l'analogie précédente,
Est au rayon principal;
Ainsi la largeur du devant de la scène,
Est à la largeur que doit avoir le tableau pour le contenir.*

455. Car soit AB (fig. 67) la largeur du devant de la scène = 48 modules; soit en O le lieu de l'œil éloigné de AB de 32 modules = OC. Soit DE la largeur du tableau. Lorsque tout le devant de la scène contient dans le tableau, les rayons qui vont de l'œil aux extrémités A, B, doivent passer par les bords D, E du tableau. Les triangles AOB, DOE sont semblables à cause des parallèles AB, DE: donc les perpendiculaires OC, OF en sont des dimensions homologues: donc $OC : OF :: AB : DE$. Selon le calcul $DE = 15$ modules. Il faut donc que le tableau ait 15 modules de large pour contenir le devant de la scène, tant en longueur qu'en hauteur. Mais si le tableau n'en avoit par exemple que 12, alors pour lui faire contenir tout le devant de la scène, il faut éloigner davantage les objets, ce qui se peut faire par cette analogie qui est l'inverse de la précédente:

*Comme la largeur du tableau,
Est au rayon principal;
Ainsi la largeur du devant de la scène,
Est à la distance de l'œil où il faut le placer pour le faire entrer tout entier dans le tableau.*

Dans le calcul de cette analogie sur les suppositions précédentes, on trouve 40 modules: & par conséquent il faut éloigner le devant de la scène de 30 modules du tableau.

456. III°. Pour déterminer la position de la ligne horizontale & de la ligne verticale du tableau, il faut choisir le point

le point du devant de la scène vis-à-vis duquel on veut que l'œil du spectateur soit placé. Ce point est donc à une certaine distance d'un des bords du devant de la scène, & à une certaine hauteur au-dessus du terrain. Ces distances étant déterminées par le devis, elles servent à déterminer à quelle distance d'un des côtés du tableau on doit y tirer la ligne verticale, & à quelle distance du bord inférieur de ce tableau on doit tirer la ligne horizontale ; pour cela il faut calculer les deux analogies qui suivent :

Comme la distance de l'œil au point choisi sur le devant de la scène ,

Est au rayon principal ;

Ainsi la distance du point choisi à une des extrémités du devant de la scène ,

*Est à la distance de la ligne verticale au bord du tableau ;
qui est du même côté , que l'extrémité à laquelle on a
rapporté le point choisi.*

Car il est évident que $CO : FO :: CB : FE$.

Ensuite.

Comme la distance de l'œil au point choisi ,

Est à la hauteur de ce point au-dessus du terrain ;

Ainsi le rayon principal ,

Est à la distance de la ligne horizontale au bord inférieur du tableau.

Car si CE (fig. 66) représente le terrain , CA la hauteur de l'objet choisi A, DF le tableau ; il est clair que $OA : AC :: OT : TD$.

457. Si on n'avoit assujetti l'œil qu'à être placé vis-à-vis du point choisi , en sorte que la hauteur où l'on veut placer l'œil au-dessus du terrain , fut différente de celle du point choisi : alors l'analogie précédente représentée par les mêmes triangles OAC , ODT deviendrait :

*Comme la distance de l'œil au point du devant de la scène ,
qui répond au point choisi ,*

Est à la hauteur de l'œil au-dessus du terrain ;

Ainsi le rayon principal,

Est à la distance de la ligne horizontale au bord inférieur du tableau.

458. IV°. Si le devant AB (fig. 69) de la scène n'étoit pas parallèle au plan DE du tableau, mais s'il lui étoit incliné d'une quantité connue BAL : comme si on vouloit représenter une façade de bâtiment vûe un peu obliquement, & que cette façade remplît exactement la largeur du tableau ; les calculs préparatoires sont un peu plus difficiles : on peut les éviter en faisant différens essais : c'est-à-dire en mettant en perspective les quatre points des extrémités de cet objet, & en réglant les dimensions de son tableau sur celles du trapeze perspectif que donnent ces quatre points. Mais lorsque l'on voudra faire directement ce calcul, on s'y prendra de la sorte :

459. Ayant choisi le point F par où l'on veut faire passer le plan vertical, & calculé par la Trigonométrie, ou pris par le moyen d'un plan exact & d'une échelle la valeur des lignes AL, FM, AH, FH, soit $OP = r$, $DE = t$, $PE = x$, c'est la distance du bord E du tableau à la ligne verticale ; laquelle étant connue par le calcul suivant, servira à calculer le reste : soit encore $BL = b$, $FM = HL = d$, $AH = f$; les triangles semblables BGL, OPE donnent $OP : PE :: BL : LG$ ou $r : x :: b : \frac{bx}{r} = LG$. Donc $HG = d - \frac{bx}{r}$. Les triangles semblables HGO, PEO donnent $PE : OP :: HG : HO$, ou $x : r :: d - \frac{bx}{r} : HO = \frac{dr}{x} - b$. Enfin les triangles semblables AHO, PDO donnent $DP : PO :: AH : HO$ ou $t - x : r :: f : HO = \frac{fr}{t - x}$. Faisant une équation des deux valeurs de HO, on a $\frac{dr}{x} - b = \frac{fr}{t - x}$, d'où on tirera $xx - \frac{drx - btx - frx}{b} = -\frac{drt}{b}$; & faisant pour abrégier $\frac{dr + bt + fr}{b} = a$, on a $xx - ax = -\frac{drt}{b}$: Donc $x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{drt}{b}} = PE$. Connoiss

ant donc PE, on aura PD, ensuite $PD : OP :: HA : HO$.
Or $PF = HO + HF - OP$, on aura donc la distance du
point de vûe P du tableau, au point F du devant de la scène,
par où le plan vertical doit passer.

460. V°. A l'égard de la position de l'œil & de sa hauteur,
il est bon de remarquer que dans les tableaux ordinaires,
tels que sont ceux qui sont destinés à parer un appartement,
il est à propos de supposer l'œil élevé de 7 à 8 pieds au-des-
sus du terrain ou plan géométral, excepté lorsqu'on a un
grand nombre d'objets à représenter sur un terrain seulement
comme seroit le tableau d'un Jardin ; car alors il est néces-
saire d'élever l'œil de sorte que les parties ne soient pas trop
dégradées par la perspective, & qu'on les puisse distinguer
sans confusion. Ces sortes de perspectives s'appellent à vûe
d'oiseau.

461. Ainsi on ne doit pas s'astreindre à placer l'œil à la
hauteur ordinaire d'un homme comme de 5 à 5 pieds $\frac{1}{2}$, si
ce n'est dans les perspectives qui sont faites pour être vûes
de très-loin, & pour paroître une continuation du terrain sur
lequel le spectateur est placé. Telle seroit un bout de gal-
lerie allongée par un tableau de perspective, ou un tableau
mis au fond d'un Jardin. Dans les perspectives de décora-
tion de théâtre, on doit supposer l'œil placé vers le milieu
de l'amphithéâtre, & à la hauteur de trois ou quatre pieds
au-dessus du niveau de cet amphithéâtre, afin que le terrain
mis en perspective paroisse une continuation non interrom-
pue du parquet du théâtre.

462. Tout ce qu'on peut dire en général, c'est qu'il faut
choisir la hauteur à laquelle l'œil étant placée, il puisse
voir le plus distinctement qu'il est possible, les objets qui
doivent nécessairement entrer dans la composition du ta-
bleau, de sorte qu'ils y fassent un bel effet. C'est ce qu'on
ne peut déterminer que par le moyen de différentes esquisses.
Parce que *toute perspective doit être régulière pour faire un bel
effet ; mais toute perspective régulière ne fait pas toujours un bel
effet*. C'est le sort de tous les arts, & sur-tout de ceux qui
dépendent de principes qui ne sont pas arbitraires.

463. VI°. La longueur du rayon principal doit aussi être proportionnée à la distance des objets derrière le tableau, en sorte que les parties de ces objets ne soient ni trop raccourcies ni trop défigurées. Et lorsque le tableau ne doit pas être vu de loin, ni être assujéti à une certaine place fixe, on peut se servir de cette règle : *Le rayon principal ne doit pas être plus court que la moitié de la diagonale du tableau, ni plus long que cette diagonale, lorsque l'on veut que tous les traits des principaux objets soient finis.*

464. Car l'expérience nous apprend que d'un coup d'œil & sans remuer la tête, on ne peut voir un objet entier, si l'angle à l'œil formé par des rayons tirés aux extrémités de l'objet est obtus, & qu'on ne peut plus distinguer parfaitement toutes les parties sensibles d'un groupe d'objets, si l'angle à l'œil entre ses extrémités est plus petit que de 60 degrés. D'où il est facile de conclure que quand l'œil E (fig. 68) est éloigné du milieu D du tableau d'une quantité DF égale à la diagonale BC de ce tableau, les distances FB, FC de l'œil aux coins B, C de ce tableau sont plus grandes que cette diagonale BC, (puisque l'hypoténuse FC est plus grande que le côté $FD = BC$), & par conséquent le triangle BFC est un peu plus allongé qu'un triangle équilatéral, donc l'angle à l'œil est moindre que de 60 degrés (il est aisé de calculer qu'il est de $53^{\circ}8'$).

465. Mais quand l'œil E est à la distance ED de la moitié de la diagonale BC, les triangles EBD, ECD sont rectangles & isosceles, donc les angles BED, CED sont chacun de 45 degrés, & l'angle total de 90 degrés.

466. Dans les grandes perspectives, comme dans celle des décorations de théâtre, dans celles des Jardins ou de Galleries qu'on doit supposer hors de la portée ordinaire de la vue, & dont par conséquent les traits ne doivent qu'être dessinés grossièrement & non pas finis, on doit placer l'œil à la distance que la situation du lieu exigera.



CHAPITRE V.

De la Perspective des Ombres.

67. **L**A connoissance de la Perspective des Ombres est absolument nécessaire dans la Peinture, mais surtout lorsque l'on doit représenter des objets éclairés par le soleil ou par quelque lumière voisine, en sorte que les ombres soient terminées & très-noires.

468. Le point lumineux (c'est-à-dire, celui qui en éclairant un corps opaque, occasionne une ombre derrière le corps, & à l'opposite du point lumineux), peut être placé ou derrière le tableau, ou dans le plan du tableau, ou devant le tableau.

469. Lorsque le point lumineux est derrière le tableau, ou bien il est en-deçà de l'objet éclairé, alors l'ombre va en s'éloignant du tableau & en tendant par conséquent vers la ligne horizontale: ou bien il est au-delà de l'objet, & alors l'ombre se rapproche du tableau & tend vers le bord inférieur du tableau, si l'objet est plus bas que la lumière; ou vers le bord supérieur, si l'objet est plus élevé.

470. Lorsque le point lumineux est en-deçà du tableau, il peut être placé entre l'œil & le tableau, ou bien derrière l'œil. Dans ces deux cas l'ombre va en s'éloignant du plan du tableau, & en tendant sur le terrain vers la ligne horizontale.

471. Si le point lumineux est le Soleil ou la Lune, il ne peut être que derrière le tableau & au-delà des objets, ou dans le plan du tableau, ou en devant du tableau derrière l'œil: car il ne pourroit être derrière le tableau & en-deçà des objets, ni entre le tableau & l'œil, à moins qu'on ne suppose au zénith de quelque point pris entre le tableau & l'objet, ou entre le tableau & l'œil; mais à cause de la distance immense de ces deux astres, ces cas ne peuvent arri-

ver que les astres ne soient en même temps au zénith de objets, du tableau & de l'œil ; & par conséquent dans le plan du tableau.

472. D'où l'on voit que les ombres du Soleil ou de la Lune sont plus faciles à déterminer que celles des lumières voisines des objets, telles que sont les lampes ou les bougies

A R T I C L E I.

Propriétés des ombres qu'on considère dans la Perspective

473. **N**ous avons démontré dans la première partie les propriétés générales des ombres, il suffit donc de rapporter ici celles qui ont un rapport plus immédiat avec la perspective.

474. THEOR. I. *Les ombres du Soleil levant ou du Soleil couchant sont infinies, sur les plans horizontaux : ou en général, lorsque le Soleil ou un objet lumineux est dans le plan où des objets élevés sont placés, les ombres de ces objets s'étendent indéfiniment sur le plan.* Car les longueurs des ombres étant (57) comme les cotangentes des hauteurs du corps lumineux au-dessus du plan éclairé, lorsque la hauteur est nulle, c'est-à-dire lorsque le corps lumineux est dans le plan qu'il éclaire, la cotangente de cette hauteur est infinie.

475. THEOR. II. *Les ombres solaires sont de même longueur que les objets éclairés, lorsque la hauteur du Soleil est de 45°.* Elles ne sont que la moitié, le tiers, le quart, &c. selon que le Soleil est élevé de 63° 26', de 71° 34', de 75° 58' &c. Elles sont doubles, triples, quadruples, &c. quand le Soleil est élevé de 26° 34', de 18° 26', de 14° 2' &c. ce qui est évident par la table des tangentes.

476. THEOREME III. *L'ombre d'une droite originale projetée sur un plan quelconque est aussi une droite.*

Car le point lumineux est le sommet, & les deux rayons qui passent par les extrémités de cette droite originale forment

les côtés du triangle dont la droite originale est la base. L'ombre de cette ligne est le prolongement du plan de ce triangle au-delà de sa base : ce plan d'ombre ne peut donc être coupé par un autre plan qui le rencontre que par une ligne droite (Elem. 629) & cette intersection devient l'ombre de la droite originale projetée sur ce plan rencontré.

477. COROLL. Ayant sur un plan deux points par où l'ombre d'une droite doit passer, on a la direction de cette ombre : & réciproquement, pour avoir la direction suivant laquelle l'ombre d'une droite est couchée sur un plan, il faut trouver deux points d'ombre sur ce plan.

478. THEOREME IV. L'ombre d'un objet éclairé par un point lumineux, est un segment ou reste de Pyramide, dont la partie tronquée a le point lumineux pour sommet, & pour base la surface éclairée de l'objet. Ce segment s'étend indéfiniment à l'opposite du point lumineux, jusqu'à ce qu'il soit terminé par quelque surface qui l'intercepte : & c'est la portion de cette surface qui est comprise dans ce segment, qui est l'ombre de l'objet éclairé.

Ce Theorème n'a pas besoin de démonstration.

479. COROLL. I. L'ombre d'un corps éclairé par un point lumineux voisin est d'autant plus étendue sur la surface qui la reçoit, que le point lumineux est plus près de l'objet, & que cette surface en est plus éloignée.

480. COROLL. II. L'ombre d'un corps éclairé par un objet lumineux infiniment éloigné, comme le Soleil ou la Lune, est un prisme qui s'étend indéfiniment depuis l'objet éclairé qui est une des bases, jusqu'à ce qu'il soit interceptée par une autre surface, dont la portion couverte d'ombre est l'autre base. Car alors les rayons lumineux sont parallèles entr'eux.

481. COROLL. III. En faisant abstraction de la Pénombre, les ombres solaires sont parallèles & égales aux lignes droites originales, lorsqu'elles sont reçues sur un plan parallèle à ces droites. Car les deux rayons qui passent par chaque extrémité d'une de ces droites sont parallèles entr'eux, ils forment donc un parallélogramme avec cette ligne & avec son ombre. D'où l'on voit 1°. que les ombres solaires d'un objet sont de même largeur que les dimensions de l'objet qui sont exposées

directement au soleil. 2°. Que les perspectives des ombres parallèles aux droites originales, doivent tendre (363) aux mêmes points accidentaux que les perspectives des lignes dont elles sont les ombres.

482. COROLL. IV. Le contour d'une ombre reçue sur une surface n'est autre chose qu'une perspective, dont le point lumineux tient le lieu de l'œil, le contour de la surface éclairée est l'objet original, & la surface qui intercepte l'ombre est le tableau.

483. THEOREME V. L'ombre d'une droite verticale en se couchant sur un plan quelconque, se dirige de sorte qu'elle tend au point où ce plan seroit rencontré par la verticale ou ligne à plomb qui passe par le point lumineux.

Soit en L (fig. 70 & 71), un objet lumineux, P ou p le point où son à plomb rencontre un plan quelconque (incliné ou de niveau, au-dessous ou au-dessus du point lumineux L,) sur lequel sont situées des lignes verticales comme AB ou CD: Je dis que leur ombre FB, ED se dirige au point P ou p. Car puisque AB ou CD sont des droites verticales, les triangles d'ombres FAB, EDC sont posés d'à-plomb ou verticalement; & leurs plans étant prolongés vont passer par le point L: Donc ces plans se coupent dans la verticale LP: donc les côtés FB, ED étant prolongés vont passer par le point P ou p.

484. COROLL. I. Si la lumière L étoit le Soleil ou la Lune la perspective de son point d'à plomb P sur le terrain, se trouveroit dans la ligne horizontale: Car la perpendiculaire menée du Soleil sur le plan de l'horizon, ne pourroit le rencontrer qu'à une distance infinie du tableau.

485. COROLL. II. Plusieurs lumières qui éclairent une même verticale, causent autant d'ombres, dirigées chacune au point où répond l'à plomb de chaque lumière, sur la surface où l'ombre est reçue.



ARTICLE II.

Des ombres Solaires ou Lunaires lorsque le Soleil est dans le plan du Tableau.

486. I°. **L**orsque le Soleil est dans le plan du tableau & en même temps à l'horizon : c'est le cas où on le supposeroit à son lever ou à son coucher, toutes les ombres des objets qui sont couchées sur le terrain sont foibles à cause de la foiblesse de la lumière du Soleil à l'horizon, elles sont infinies (474). Donc leurs perspectives s'étendent indéfiniment & parallèlement à la ligne horizontale, & si elles rencontrent quelque surface élevée, elles remontent dessus, jusqu'à ce qu'elles soient égales en hauteur à l'objet original. La figure ci-jointe fait entendre le reste (voyez fig. 80).

487. II°. Lorsque le Soleil est élevé sur l'horizon d'une quantité déterminée en degrés. Il faut tirer les directions des ombres ab (fig. 81.) depuis le pied a des objets parallèlement à la ligne horizontale : & au sommet c de chaque objet il faut faire avec sa ligne d'à plomb ca un angle acb égal au complément de la hauteur donnée du Soleil, afin que l'angle abc soit égal à cette hauteur, & que l'ombre soit terminée en b : à moins que quelque obstacle ne s'y oppose, tel que seroit le solide A ou le mur hm . Dans ce cas, l'ombre étant arrivée en d remonte perpendiculairement le long de cette face de d en e . (Car le plan du triangle d'ombre cab étant perpendiculaire au terrain, ne doit couper cette face qui est perpendiculaire au terrain, que dans une droite aussi perpendiculaire au terrain). Ensuite l'ombre s'étend sur la surface supérieure de e en f parallèlement à la ligne horizontale, puis elle reparoit sur le terrain en g dans sa première direction, rencontrant encore en i le mur hm , elle remonte perpendiculairement sur ce mur jusques à la rencontre de la droite cb où elle se termine en k .

Pour l'ombre du solide A, on l'a déterminée comme l'auroit été celle de *ac* si elle n'eût pas rencontré d'obstacle.

488. REM. Lorsque la hauteur du Soleil est arbitraire, on peut à la place de ses degrés de hauteur, supposer un rapport entre la hauteur de chaque corps & la longueur de son ombre.

A R T I C L E I I I .

Des Ombres Solaires ou Lunaires lorsque le Soleil est derrière le Tableau.

489. I°. **S**I le Soleil est à l'horizon ; c'est-à-dire , à son lever ou à son coucher , il faut savoir , (ou si cela est arbitraire , il faut déterminer à volonté) de combien le plan vertical qui passe par l'œil & par le Soleil , décline du plan vertical du tableau : c'est-à-dire , par quel degré de la division de la ligne horizontale , le plan vertical où est le Soleil , doit passer. (On peut appeller ce point l'*azimuth du Soleil*.) Ayant marqué ce point sur la ligne horizontale prolongée s'il est nécessaire , on y pourra dessiner , si on le juge à propos , la moitié du disque du Soleil au-dessus de la ligne horizontale en prenant sur les divisions de cette ligne 24 ou 25 minutes à droite & à gauche de ce point , parce que le Soleil à son lever ou à son coucher paroît plus gros que lorsqu'il est élevé sur l'horizon.

490. Le point de la ligne horizontale où est le centre du soleil , est le point accidentel de toutes les ombres des lignes verticales (483.) Ces ombres sont foibles , & s'étendent à l'infini en se rapprochant du bord inférieur du tableau , à moins qu'elles ne rencontrent quelque plan vertical ou incliné , comme un mur , ou un autre corps.

491. Soit par exemple l'azimuth du Soleil couchant de 40° . L'ombre du corps A (fig. 83) est terminée par deux droites dirigées au point de 40° de la ligne horizontale ,

& qui s'étendent indéfiniment à l'opposite. L'ombre du cylindre B est aussi terminée par deux droites tendantes à 40° : mais rencontrant un obstacle fait en gradin, elle remonte perpendiculairement en *ei*, elle s'étend ensuite en *io* sur l'espace de niveau, en se dirigeant toujours à 40° , elle monte encore perpendiculairement en *or*, puis se dirigeant à 40° elle s'étend en *tu* : enfin elle remonte encore en *ur* où elle se termine en *r*, parce que la hauteur *rn* au-dessus du plan du terrain est perspectivement égale à la hauteur du cylindre.

492. II°. Si le Soleil est élevé sur l'horizon, il faut marquer de même sur les divisions de la ligne horizontale, le point de l'azimuth du Soleil, afin d'avoir un point accidentel pour toutes les ombres des lignes verticales. Ensuite si la hauteur du Soleil est déterminée il faut calculer (ou si elle est arbitraire, il faut supposer) le rapport de la longueur des ombres à la hauteur des objets : c'est (474) le même que celui du sinus total à la cotangente de la hauteur du Soleil. Comme si le Soleil étoit élevé de 20° & déclinait à gauche du plan vertical de 40° je trouve que la cotangente de 20° est 2,75, c'est-à-dire, que dans ce cas l'ombre est $2\frac{3}{4}$ de fois plus longue sur les plans de niveau, que l'objet n'est haut. Soit donc AC (fig. 82) un objet vertical : je tire par son pied A une droite AB dirigée au point Z de 40° . Je fais (391) AB égale perspectivement à $2\frac{3}{4}$ de fois l'objet AC : & s'il ne se rencontroit pas d'obstacle, l'ombre seroit AB. Mais comme elle trouve ici un prisme *pk* sur son chemin, l'ombre va de A en O jusques au bas du prisme, remonte perpendiculairement de O en E, s'étend sur la base supérieure de E en I, en se dirigeant à 40° , enfin va se terminer de F en B au-delà de l'ombre du prisme & dans sa première direction.

493. On voit par la figure, que l'ombre de ce prisme a été déterminée en tirant indéfiniment PG, QN, RM tendantes à 40° , & en faisant une des trois comme QN perspectivement égale à $2\frac{3}{4}$ fois la hauteur QT du prisme : puis en tirant MN au point de vûe S, parce que (481) le côté KT y tend ; & NG parallèle à la ligne horizontale, parce que TD est parallèle à cette ligne.

494. REM. I. Si l'on peut placer le Soleil même dans le tableau prolongé s'il est nécessaire, comme en M, alors pour avoir le terme B de l'ombre du corps AC, il suffira de poser une règle sur les points M, C, & le point B où la règle coupera ZB tirée du pied de l'objet dans la direction de 40° , fera le terme cherché. On trouvera de même le point N de l'ombre du solide PK.

495. REM. II. Cette méthode est extrêmement commode lorsque l'on est maître de placer le Soleil où l'on veut ; mais si on étoit obligé de le mettre à une hauteur déterminée, il faudroit trouver la valeur de MZ par la méthode expliquée & démontrée ci-dessus (411).

ARTICLE IV.

Des Ombres solaires, lorsque le Soleil est derrière le Spectateur.

496. **O**N peut déterminer toutes les ombres dans ce cas-ci comme dans l'article précédent, en imaginant que le Soleil est dans un point du ciel au-dessous de l'horizon diamétralement opposé à celui où il se trouve réellement au-dessus. On marque le degré de l'azimuth du Soleil sur la ligne horizontale du côté qui est opposé à celui où est réellement le Soleil à l'égard du plan vertical. On calcule ensuite, si cela est nécessaire, ou on suppose, si cela est libre, le rapport de la longueur des ombres à la hauteur des objets ; on détermine perspectivement la longueur de ces ombres, en remarquant qu'elles doivent toujours aller du pied des objets vers le point d'azimuth.

497. On peut même placer le lieu du Soleil sur le tableau ou à volonté, ou géométriquement s'il le faut, pour terminer les ombres. Pour cela, soit par exemple le Soleil derrière la gauche du spectateur déclinant de 40° du plan vertical, & élevé de 20° sur l'horizon. Qu'il faille trouver

l'ombre du bâton vertical AC (fig. 84). Du pied A de l'objet je tire vers Z (pris à 40° à droite de la ligne verticale) la direction AZ de l'ombre. Sur ZM perpendiculaire à SZ je place le lieu M de l'opposite du soleil, en sorte que ZM soit la perspective d'un arc céleste vertical de 20° . Je joins MC qui donne le terme de l'ombre en B.

498. Car l'ombre solaire d'un point quelconque qui ne seroit pas interceptée iroit se terminer dans le ciel au point opposé à celui où est le Soleil : Donc le point du ciel opposé à celui où est le Soleil, le point où l'ombre est interceptée, & le point qui jette cette ombre sont dans une même ligne droite.

ARTICLE V.

Des Ombres causées par une lumiere voisine des objets, telle que celle d'un flambeau.

499. I^o. **L**orsque la lumiere est derriere le plan du tableau. Pour trouver facilement les ombres, il faut placer sur le tableau, prolongé s'il est nécessaire, la perspective de cette lumiere, & celle du point du terrain où répond son à plomb : nous appellerons ce point, le pied de l'objet lumineux. Car c'est un point accidentel auquel toutes les ombres de cette lumiere se dirigent : la méthode de les trouver & de les terminer est précisément la même que dans l'article III. qui précède ; en remarquant seulement que si la lumiere étoit plus basse que l'objet, l'ombre se projetteroit sur un plafond, en se dirigeant au point où l'à-plomb de la lumiere le rencontreroit.

500. II^o. Lorsque la lumiere est dans le plan du tableau. Il y faut aussi placer la perspective de cette lumiere & celle de son pied, ce qui est facile : car sa distance au plan du tableau étant nulle : la distance de la lumiere aux plans vertical & horizontal est la même que la distance de son point de perspective à la ligne verticale & à la ligne horizontale.

La perspective du pied de la lumière est sur le bord inférieur du tableau, & les ombres se déterminent comme ci-dessus.

501. III°. *Lorsque la lumière est entre le tableau & l'œil.* Il faut encore se servir des mêmes méthodes, en plaçant sur le tableau la perspective du point lumineux & de son pied. Pour cette fin il faut mettre dans les deux analogies de la solution générale (351) ; comme le rayon principal moins (au lieu de plus) la distance du point lumineux au tableau, &c. Car si on prend le plan ASDI (fig. 46) pour celui du tableau, en sorte que SA soit la ligne verticale, AI la ligne horizontale, & si on prend *as di* pour le plan parallèle à celui du tableau dans lequel la lumière est située au point *d*, il est clair qu'alors AO est le rayon principal, Aa la distance de la lumière au tableau, *as* ou *id* sa distance au plan horizontal, *ai* ou *sd* sa distance au plan vertical, & qu'on a Oa ou $OA - Aa : OA :: ai$ ou $sd : AI$ ou $SD :: as$ ou $id : AS$ ou ID : où il faut remarquer que la lumière ne doit être ni fort élevée, ni loin du plan vertical, ni trop près du plan parallèle au tableau qui passeroit par l'œil. Car alors les points de perspective tomberoient bien au-delà des bords du tableau ; & même la perspective du pied de la lumière tombe nécessairement au-dessous du bord inférieur du tableau.

502. REM. Comme dans ce cas la lumière fait un assez bel effet sur le tableau, si on est maître de placer sa lumière, il faudra la supposer à une telle distance des plans vertical & horizontal, que sa perspective tombe vers un des montans du tableau un peu en-dehors & un peu au-dessus de la ligne horizontale.

503. IV°. *Lorsque la lumière est derrière le spectateur.* C'est un cas assez favorable pour voir distinctement les objets peu éloignés, mais il est extrêmement difficile de déterminer les ombres : parce qu'on ne peut poser sur le tableau ni la perspective du point lumineux, ni celle de son pied : on ne peut donc avoir de point accidentel pour le concours des directions des ombres. C'est pourquoi il faut éviter ce cas : & l'on n'expliquera ici quelques règles pour trouver les

ombres, que pour ne laisser rien à desirer sur cette matiere.

504. Il faut donc 1°. calculer la distance du point de vûe au point de la ligne horizontale auquel l'ombre de chaque objet vertical doit tendre. Ainsi, si le point éclairé & le point lumineux sont du même côté par rapport au plan vertical, il faut faire, *comme la somme des distances du point éclairé & du point lumineux au plan du tableau est à la différence de leurs distances au plan vertical: ainsi le rayon principal est à la distance cherchée.* Laquelle se doit marquer sur la ligne horizontale du même côté que le point éclairé si sa distance au plan vertical est plus grande que celle du point lumineux, & du côté opposé si elle est plus petite.

505. D'où on voit que si le point éclairé & le point lumineux sont à même distance & du même côté du plan vertical, l'ombre tend au point de vûe.

506. Mais si le point éclairé est d'un autre côté que le point lumineux, il faut faire: *Comme la somme de leurs distances au tableau, est à la somme de leurs distances au plan vertical; ainsi le rayon principal, est à la distance du point de vûe au point de la ligne horizontale où l'ombre tend, & alors ce point se prend toujours du même côté que le point éclairé.*

507. Ce calcul n'est autre chose que celui de l'inclinaison de la base du triangle d'ombre sur le plan vertical. Soit L (fig. 85) le pied du point lumineux sur le terrain, GE le plan vertical, IK le plan du tableau, B le point du terrain où repond l'à plomb du point éclairé. Ayant tiré LD parallèlement au plan vertical & joint LB, on voit que LB est la direction de l'ombre sur le terrain, & que cette droite est inclinée au plan vertical de la quantité de l'angle DLB. Or (Elem. 748) dans le triangle DLB, on a DL ou $DF + FL : BD$ ou $EL - GB :: R : \text{tang. DLB}$; & parce que les divisions de la ligne horizontale sont (370) des tangentes dont le rayon principal est le rayon, $DF + FL$ est à $EL - GB$, comme le rayon principal, est à la distance du point de vûe au point de la ligne horizontale où l'ombre doit tendre. Comme B est plus proche du plan vertical que L, l'inclinaison de LB porte cette direction du

côté du plan vertical opposé à celui où est le point éclairé. Il est facile d'appliquer ce raisonnement aux points éclairés A, C, pour démontrer les autres cas.

508. II°. Il faut calculer la longueur que l'ombre doit avoir sur le terrain, en la prenant depuis le pied de l'objet, afin de décrire perspectivement cette ombre. Voici comme on y peut procéder. Portez sur la ligne verticale depuis le point de vûe la distance trouvée dans le calcul précédent, (il n'importe de quel côté). Mesurez la distance du point de 45° de la ligne horizontale au point de la ligne verticale où tombe la distance précédente, & faites : *Comme le produit du rayon principal par la différence des hauteurs du point lumineux & du point éclairé au-dessus du terrain, est au produit de la distance qu'on vient de trouver par la somme des distances du point éclairé & du point lumineux au plan du tableau, ainsi la hauteur du point éclairé au-dessus du terrain, est à la distance du point d'ombre sur le terrain comptée depuis le pied de cet objet.*

509. Cette analogie suppose le point lumineux plus élevé que l'objet : mais s'il étoit plus bas, elle donneroit la distance du point d'ombre sur un plafond comptée depuis le point où le plafond seroit rencontré par l'à plomb du point éclairé.

510. Pour démontrer cette analogie, il faut considérer qu'ayant porté sur la ligne verticale une droite égale à la tangente de l'inclinaison de la ligne LB, le triangle rectangle qu'on formeroit en joignant le bout de cette droite avec le point de 45° est semblable au triangle BLD. On auroit donc (Elem. 556) le rayon principal (que j'appelle r) est à l'hypoténuse de ce premier triangle (que j'appelle d) : comme LD ou FL + FD est à BL. Donc $BL = \frac{(LF + FD) \times d}{r}$.

511. Soit maintenant LN le terrain, (fig. 86.) LH la hauteur du point lumineux H, soit BM celle du point éclairé M, ayant tirée MO parallèle à LN, la différence des hauteurs du point éclairé & du point lumineux est HO. Menant HM jusques en N, BN est la distance du point d'ombre N au pied B de l'objet éclairé. Or les triangles
semblables

semblables HOM, MBN donnent $MB:BN::HO$ ou
 $HL-MB:OM$ ou BL , donc $BL = \frac{(HL-MB) \times BN}{MB}$.

En faisant une équation des deux valeurs de BL , on en déduira l'analogie $r \times (HL-MB): d \times (LF+FD):: MB:BN$ qu'il falloit démontrer.

Si on suppose la figure renversée de sorte que LN représente un plafond, H un point lumineux plus bas que le point éclairé M , on aura le même point d'ombre N , & par conséquent le même calcul.

512. REM. I. Lorsqu'un objet est éclairé par plusieurs lumières voisines différemment placées à son égard, il faut déterminer l'ombre de chacune comme s'il n'y avoit que celle là. Toutes ces ombres se confondent en partie au pied de l'objet, leur mélange y forme une ombre d'autant plus noire qu'il y a plus d'ombres, ensuite chaque ombre s'affoiblit à mesure qu'elle se sépare des autres, qu'elle s'éloigne du pied du corps éclairé, & que le terrain où elle s'étend est plus vivement éclairé par une autre lumière. Il sera facile de dessiner tous ces effets en examinant les ombres d'un corps éclairé par plusieurs Bougies différemment situées, sans qu'il soit nécessaire d'entrer ici dans un plus grand détail.

513. REM. II. Si deux ombres affoiblies & presque insensibles viennent à se croiser, tout l'espace où elles s'entrecoupent devient une ombre très-sensible, il le seroit encore plus s'il s'y rencontroit un plus grand nombre d'ombres.



ARTICLE VI.

Différens Problèmes sur les Ombres.

514. PROBLEME I. *D*éterminer l'ombre pure d'un objet en la séparant de sa pénombre.

SOLUTION. Ayant mis en perspective le corps lumineux ED (fig. 89.) selon toutes ses dimensions, déterminez comme ci-dessus (494) l'ombre centrale AG du sommet d'un des bords de l'objet. Cherchez de la même manière les termes F, H, des ombres des bords supérieurs & inférieurs du corps lumineux. Cherchez de même les termes f, g, h , de l'autre côté ou face de l'objet, tirez Ff, & prenez sur cette droite deux points I, i tels que FI soit perspectivement égal à FG & fi à fg . Joignez AI, ai , & le Trapeze AaiI sera le terme de l'ombre pure : AabH celui de l'extrémité de la pénombre.

515. REM. Si le corps lumineux n'étoit pas rond, comme si on supposoit que ce fût un flambeau dont la largeur de la flamme fût à sa hauteur comme p à q , il faudroit que FI fût à FG, & fi à fg , comme p à q .

516. PROBLEME II. Déterminer l'ombre d'une droite AB (fig. 87) inclinée sur le terrain, & donnée de position & de grandeur.

SOLUTION. Calculez par la trigonométrie ou cherchez par une opération graphique la position du point D (qui est le point du terrain qui est à plomb au-dessous du point B) à l'égard du plan vertical & du plan du tableau. Joignez BD & cherchez-en (499) l'ombre DE. Par le point A menez AE, ce sera l'ombre de AB. S'il se rencontroit un plan vertical FG, on voit que l'ombre devient AIK, parce que K est le bout de l'ombre de l'à plomb BD.

517. Pour avoir trigonométriquement la position du point D; dans le triangle BAD rectangle en D, on connoît AB & son inclinaison BAD; on peut donc calcule

AD. Tirant AN parallèle au plan vertical, & du point D la perpendiculaire DN, dans le triangle ADN, on a AD par le premier calcul, NAD par la déclinaison donnée de la droite AB à l'égard du plan vertical; on peut donc calculer DN & NA, qui donnent les quantités dont D diffère de position à l'égard de celle du point A.

518. L'opération graphique se fait ainsi. Sur Ad (fig. 88) qui représente une parallèle au plan du tableau, faites l'angle dAB égal à l'inclinaison donnée de la ligne originale, & faites AB égale à cette ligne. Abaissez la perpendiculaire Bd; tirez AN perpendiculaire à Ad & qui représente une parallèle au plan vertical, faites-y NAF égal à la déclinaison de la ligne originale à l'égard du plan vertical, prenez sur AF une droite AD = Ad, menez DN perpendiculaire à AN, & les valeurs de DN, AN trouvées par le moyen de l'échelle feront les différences de position du point D à l'égard de celle du point A.

519. REM. Si la lumière C (fig. 90) étoit plus basse que le sommet de la droite inclinée AB, en sorte qu'il fût impossible de déterminer le point E (fig. 87) sur le terrain; il faudroit prendre sur AB (fig. 90) un point L à volonté plus bas que la lumière C, mener son à plomb LM, en déterminer l'ombre MO, & du point A tirer par O la droite indéfinie AO qui sera l'ombre cherchée, laquelle s'étend à l'infini, si elle n'est rencontrée par quelque plan élevé sur le terrain.

520. AUTRE SOLUTION. *Lorsque la droite inclinée est déjà mise en perspective sur le tableau.* Soit AB (fig. 91) une droite inclinée mise en perspective. De deux points quelconques A, D pris à volonté sur cette droite, abaissez des droites AC, DE perpendiculaires sur le terrain; par le pied P de la lumière L, & par les points C, E tirez deux droites indéfinies PF, PG. Imaginez un plan perpendiculaire à l'horizon (parallèle si l'on veut au plan vertical ou au plan du tableau, pourvu qu'il ne soit pas trop oblique aux droites PF, PG) dont l'intersection avec le terrain soit FK: par les points F, G où PF, PG rencontrent FK, élevez des perpendiculaires indéfinies FH, GI: par L & par A, D tirez

LAH, LDI qui donnent en H & en I sur le plan supposé les points d'ombre des points A, D : joignez HI, & le point O où elle rencontrera l'intersection FK fera un des points de la direction de l'ombre cherchée sur le terrain ; cette direction sera donc BOQ.

521. PROBLEME III. *Déterminer la direction de l'ombre d'une ligne donnée inclinée AB, lorsqu'elle vient à rencontrer des plans plus élevés que la lumière.*

SOLUTION. Par le pied P (fig. 96) de la lumière L & par le point C où aboutit la perpendiculaire BC sur le terrain, tirez une droite PCM qui rencontre les intersections du terrain avec les plans perpendiculaires des gradins aux points H, I, K, M, par lesquels élevez des perpendiculaires indéfinies HN, IO, KQ, MR ; par la lumière L & par B tirez LR qui donnera les points d'ombre N, O, Q, R du sommet B sur tous ces plans. Déterminez par le problème précédent la direction Am de l'ombre sur le terrain, laquelle coupe les intersections des plans des gradins avec le terrain aux points h, i, k, m. Menez hN, iO, kQ, mR, ce seront les directions de l'ombre inclinée sur ces plans perpendiculaires. Il sera donc aisé de conduire la ligne d'ombre A h n o t u x R. Et en traçant sur les plans perpendiculaires des gradins, les ombres des droites ST, VX, YZ, il sera aisé de marquer la route de l'ombre sur toutes les parties où elle sera visible.

522. PROBLEME IV. *Trouver le point où doivent tendre les ombres des lignes verticales, lorsque ces ombres doivent s'étendre sur un plan incliné.*

SOLUTION. Par le pied P (fig. 92.) de la lumière L faites passer une perpendiculaire (388) sur l'intersection du plan incliné avec le terrain : ou si le plan incliné ABC se termine en une droite BC élevée au-dessus du terrain, par le point Q pris sur l'à plomb LP dans le même niveau que BC, tirez sur BC (388) la perpendiculaire QR, que vous mesurerez comme on va dire : faites ensuite, Comme le rayon, à la tangente de l'inclinaison du plan sur le terrain, ainsi QR est à QT ; & le point T sera le point accidental de

toutes les ombres des lignes verticales éclairées par la lumière L , parce que c'est le point où le plan ABC prolongé rencontre l'à plomb QL de la lumière.

523. Pour trouver graphiquement la valeur de QT , il faut poser sur le plan d'une figure faite exprès (voyez fig. 93) le point Q de l'à plomb de la lumière qui est au même niveau que le bord du plan incliné, & une droite BC qui représente ce bord, en sorte qu'on ait sur le plan, une figure exacte de la vraie situation du bord & du point Q à l'égard du plan vertical FG & de celui du tableau GH . Menez à BC la perpendiculaire QR , & une parallèle QV . Tirez par R la droite RS qui fasse sur BC l'angle BRS égal à l'inclinaison du plan sur le terrain; prolongez la jusqu'à ce qu'elle rencontre en T la parallèle QV . Mesurez sur l'échelle la droite QT , & mettez-la en perspective sur votre tableau.

524. SCHOLIE. On voit de-là que si on a déterminé les points T, t (fig. 95) où les plans ABC, ACD couperaient l'à plomb LT de la lumière L , il sera facile de décrire sur ces plans la route de l'ombre $NEFGHIK$ de la verticale MN , comme la figure le fait voir.

525. AUTRE SOLUTION pour le Soleil. Prolongez le bord DC (fig. 94) du plan incliné jusques à la ligne horizontale en I . Du point I tirez sur le plan incliné une droite indéfinie à volonté IL , afin d'avoir sur ce plan une droite KL parallèle au bord inférieur DC . Sur le terrain, (ou plus généralement sur le plan de niveau sur lequel DC est couchée) cherchez le point d'à plomb A d'un des deux points K ou L . Par I & par cet à plomb menez une droite indéfinie IN . Par le point F de l'azimuth du Soleil S , & par un point quelconque pris sur DC comme D , menez une droite FO jusques à la droite IN . Elevez au point O la perpendiculaire OQ , jusques à la rencontre de la droite IL . Enfin par les points Q, D , menez une droite QT , jusqu'à la rencontre T de la perpendiculaire SF où est le Soleil: ce point T sera le point de concours de toutes les ombres des lignes verticales qui tomberont sur le plan incliné EDC .

Car il est évident que le triangle DQO rectangle en O ,

& dont l'angle QDO est égal à l'inclinaison du plan DCE, est couché sur un plan vertical OQSF, qui passe par le Soleil S & par son à plomb ST : donc le prolongement de QD donne en T le point où le plan incliné DCE rencontre ST.

526. REM. Nous ne parlons point ici des ombres reçues sur des corps dont les surfaces ne sont pas planes, de même que nous n'avons pas parlé de la perspective qu'on se proposeroit de tracer sur des surfaces qui ne sont pas planes, telles que sont des surfaces Cylindriques, Coniques, Sphériques, &c. parce qu'il est rare qu'on soit obligé d'opérer sur ces sortes de surfaces, & que d'ailleurs il nous faudroit entrer dans un trop long détail. Dans le cas où il seroit absolument nécessaire de tracer quelque-une de ces sortes de perspectives, la connoissance & l'usage des principes que nous avons expliqués, un peu de Géométrie, les circonstances des lieux, des surfaces & des objets, fourniront des règles particulieres pour y reussir.

F I N.



T A B L E D E S T I T R E S

Contenus dans ces Élemens.

L Eçons Élémentaires d'Optique. Page 1

P R E M I E R E P A R T I E.

De l'Optique proprement dite.

ARTICLE I. Des principes sur lesquels les démonstrations de l'Optique sont fondées.	2
ARTICLE II. Des Propriétés générales de la Lumière.	4
ARTICLE III. Des propriétés des Ombres.	11
ARTICLE IV. De la nature & des propriétés de la Lumière par rapport à la vision & aux couleurs.	16
ARTICLE V. Des idées que la vue occasionne dans notre ame.	24
ARTICLE VI. Des différentes apparences des objets vûs de loin.	27

S E C O N D E P A R T I E.

Qui contient la Catoptrique & la Dioptrique.

CHAPITRE I. Notions générales sur la Catoptrique & la Dioptrique.	39
ARTICLE I. Des Images & des Foyers.	ibid.
ARTICLE II. Loix ou Principes tirés de l'expérience, sur lesquels on fonde les démonstrations de la Dioptrique & de la Catoptrique.	41

CHAPITRE II. <i>De la Catoptrique.</i>	44
ARTICLE I. <i>Des Images ou Foyers par réflexion.</i>	ibid.
ARTICLE II. <i>Du Lieu , de la Situation, & de la Marche des Images par réflexion.</i>	46
ARTICLE III. <i>Application de la Théorie precedente aux Miroirs plans.</i>	51
ARTICLE IV. <i>Des Miroirs Cylindriques , Coniques , &c.</i>	56
CHAPITRE III. <i>De la Dioptrique.</i>	59
ARTICLE I. <i>Des Images ou des Foyers par une simple réfraction.</i>	ibid.
ARTICLE II. <i>De la Marche des Images qui répond à celle d'un objet dans le passage de la Lumiere de l'air dans le verre , & reciproquement.</i>	61
ARTICLE III. <i>Des Images faites par une double réfraction.</i>	63
ARTICLE IV. <i>De la Marche & de la situation des Images formées par une double réfraction.</i>	68
CHAPITRE IV. <i>De la Vision.</i>	72
ARTICLE I. <i>Description de l'Oeil & des Images qui s'y forment.</i>	ibid.
ARTICLE II. <i>De la Vision distincte. Des differens accidens de la Vue , avec les remedes que fournit la Dioptrique.</i>	75
ARTICLE III. <i>De la Vision faite à l'aide des Verres ou Miroirs.</i>	79
CHAPITRE V. <i>Des Télescopes & Microscopes.</i>	83
ARTICLE I. <i>Notions préliminaires.</i>	ibid.
ARTICLE II. <i>Des Télescopes par réfraction.</i>	85
ARTICLE III. <i>Des Télescopes Catadioptriques.</i>	90
ARTICLE IV. <i>Des Microscopes.</i>	93
ARTICLE V. <i>Remarques générales sur les Télescopes & Microscopes.</i>	96
CHAPITRE VI. <i>Des obstacles qu'on rencontre dans la construction des Télescopes & Microscopes , & qui les rendent nécessairement imparfaits.</i>	102
ARTICLE I. <i>Des obstacles qui viennent de la sphéricité des surfaces , & de la maniere d'y remédier.</i>	ibid.
ARTICLE II. <i>Des obstacles qui viennent de la décomposition des rayons de la Lumiere.</i>	104

T A B L E.

201

ARTICLE III. <i>Application générale des propriétés précédentes de la lumière aux Télescopes & aux Microscopes.</i>	108
ARTICLE IV. <i>Application aux Télescopes & Microscopes par réfraction.</i>	109
ARTICLE V. <i>Application aux Télescopes & Microscopes Catadioptriques.</i>	116
CHAPITRE VII. <i>Diverses questions sur l'Optique.</i>	118

T R O I S I È M E P A R T I E.

De la Perspective.

CHAPITRE I. <i>Notions & Principes généraux de la Perspective, d'où l'on en déduit toute la Théorie.</i>	128
CHAPITRE II. <i>Description des principales méthodes pour pratiquer la Perspective.</i>	139
I. METHODE. <i>Pratique de la Perspective par le Treillis perspectif.</i>	ibid.
II. METHODE. <i>Pratique de la Perspective sans Treillis.</i>	144
III. METHODE. <i>Pratique de la Perspective par le chassis perspectif.</i>	145
PREPARATION du Chassis perspectif.	ibid.
REMARQUES sur la ligne horizontale du Tableau.	149
PROBLEMES sur la pratique de la Perspective par le Chassis.	152
CHAPITRE III. <i>Exemple & Remarques générales pour tracer toutes sortes de Perspectives.</i>	167
CHAPITRE IV. <i>Des préparations nécessaires pour mettre en perspective un grand nombre d'objets donnés de grandeur & de position.</i>	175
CHAPITRE V. <i>De la perspective des Ombres.</i>	181
ARTICLE I. <i>Propriétés des Ombres qu'on considère dans la Perspective.</i>	182
ARTICLE II. <i>Des Ombres Solaires ou Lunaires, lorsque le Soleil est dans le plan du Tableau.</i>	185
ARTICLE III. <i>Des Ombres Solaires ou Lunaires lorsque le Soleil est derrière le Tableau.</i>	186

ARTICE IV. <i>Des ombres Solaires, lorsque le Soleil est derriere le Spectateur.</i>	188
ARTICLE V. <i>Des Ombres causées par une lumiere voisine des objets telle que celle d'un flambeau.</i>	189
ARTICLE VI. <i>Différens Problèmes sur les ombres.</i>	194

Fin de la Table.



Extrait des Registres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 21 Janvier 1750.

Messieurs Bouguer & Cassini de Thury ayant été nommés pour examiner des *Leçons Elementaires d'Optique*, que M. l'Abbé de la Caille se propose d'expliquer au Collège Mazarin; & en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de l'impression: en foi de quoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris ce 21 Janvier 1750.

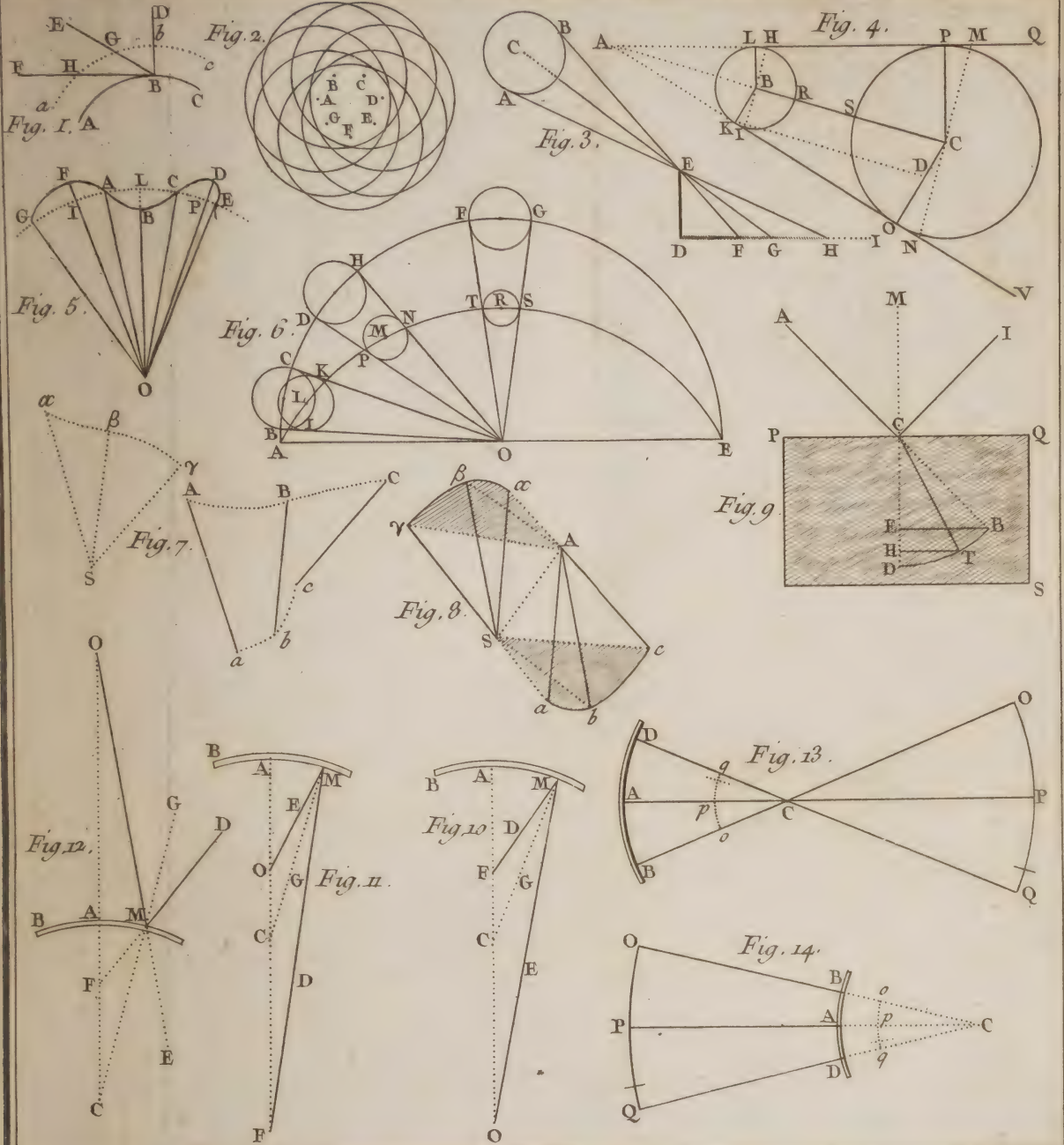
GRANDJEAN DE FOUCHI, *Secr. perp. de l'Acad. Royale des Sciences*

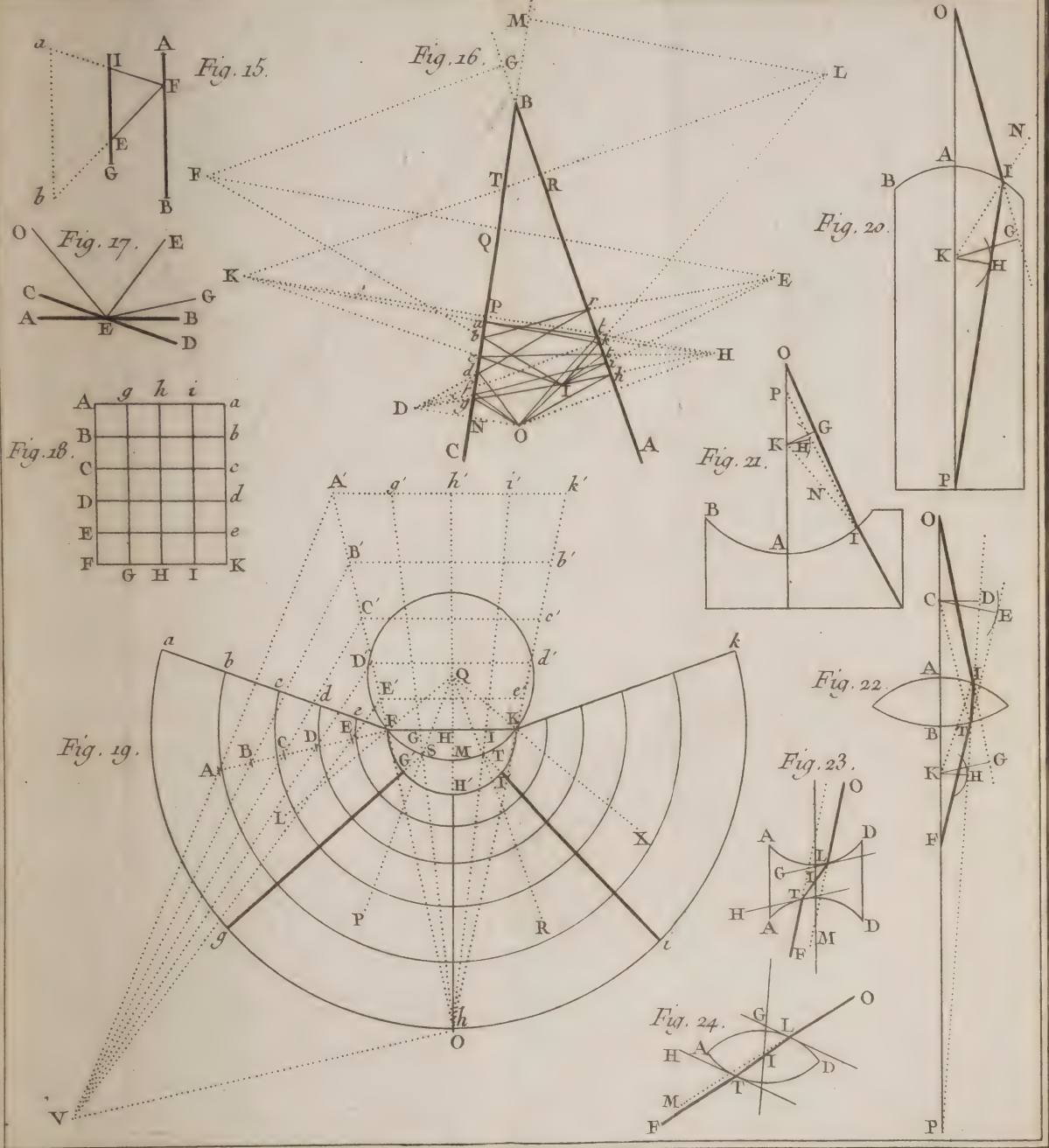
PRIVILEGE DU ROI.

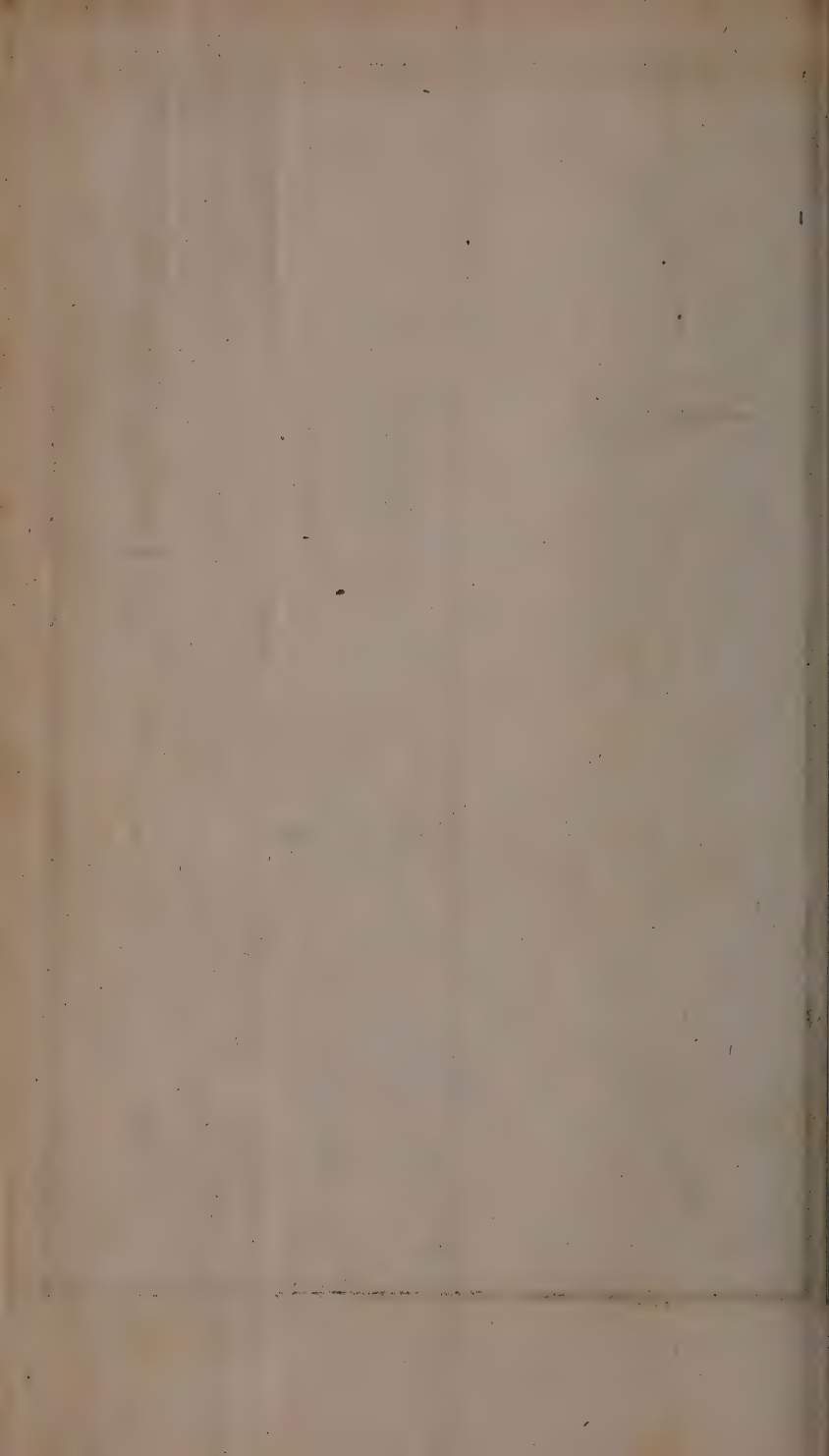
LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre; à nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand - Conseil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, SALUT. Nos bien-amés LES MEMBRES DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES de notre bonne Ville de Paris, nous ont fait exposer qu'ils auroient besoin de nos Lettres de Privilége pour l'impression de leurs Ouvrages: A CES CAUSES, voulant favorablement traiter les Exposans, Nous leur avons permis & permettons par ces Présentes de faire imprimer par tel Imprimeur qu'ils voudront choisir, toutes les Recherches ou Observations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées de ladite Académie Royale des Sciences, les Ouvrages, Mémoires ou Traités de chacun des Particuliers qui la composent, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression, en tels volumes, forme, marge, caractères, conjointement ou séparément, & autant de fois que bon leur semblera, & de les faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le tems de vingt années consécutives, à compter du jour de la date des Présentes; sans toutefois qu'à l'occasion des Ouvrages ci-dessus spécifiés il en puisse être imprimé d'autres qui ne soient pas de ladite Académie: Faisons défenses à toutes sortes de personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance; comme aussi à tous Libraires & Imprimeurs d'imprimer ou faire imprimer, vendre, faire vendre, & débiter lesdits Ouvrages, en tout ou en partie, & d'en faire aucunes traductions ou extraits, sous quelque prétexte que ce puisse être, sans la permission expresse & par écrit desdits Exposans, ou de ceux qui auront droit d'eux, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans; dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel - Dieu de Paris, & l'autre tiers auxdits Exposans, ou à celui qui aura droit d'eux, & de tous dépens, dominages & intérêts; à la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris,

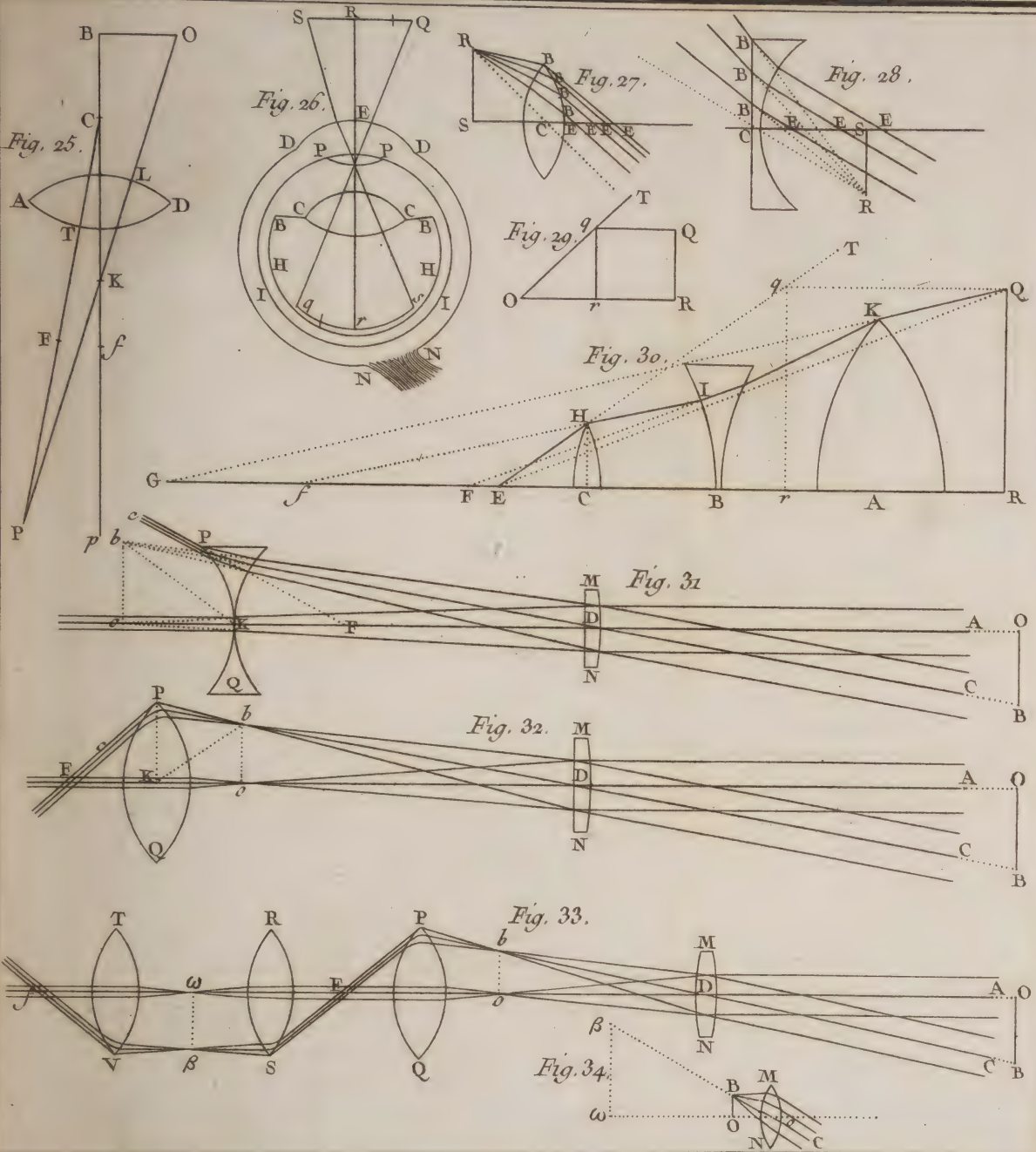
dans trois mois de la date d'icelles ; que l'impression desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume , & non ailleurs , en bon papier & beaux caractères , conformément aux Reglemens de la Librairie ; qu'avant de les exposer en vente , les Manuscrits ou Imprimés qui auront servi de copie à l'impression desdits Ouvrages seront remis es mains de notre très-cher & féal Chevalier le sieur DAGUESSEAU , Chancelier de France , Commandeur de nos Ordres ; & qu'il en fera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique , un en celle de notre Château du Louvre , & un en celle de notre très-cher & féal Chevalier le sieur DAGUESSEAU , Chancelier de France , le tout à peine de nullité desdites Présentes : du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir lesdits Exposans & leurs ayans cause pleinement & paisiblement , sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Présentes , qui sera imprimée tout au long , au commencement ou à la fin desdits Ouvrages , soit tenue pour dûement signifiée , & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés , féaux Conseillers & Secrétaires , foi soit ajoutée comme à l'Original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent sur ce requis , de faire pour l'exécution d'icelles , tous actes requis & nécessaires , sans demander autre permission , & nonobstant Clameur de Haro , Charte Normande , & Lettres à ce contraires : CAR tel est notre plaisir. DONNE' à Paris le dix-neuvième jour du mois de Février , l'an de grace mil sept cens cinquante , & de notre Règne le trente-cinquième. Par le Roi en son Conseil. M O L.

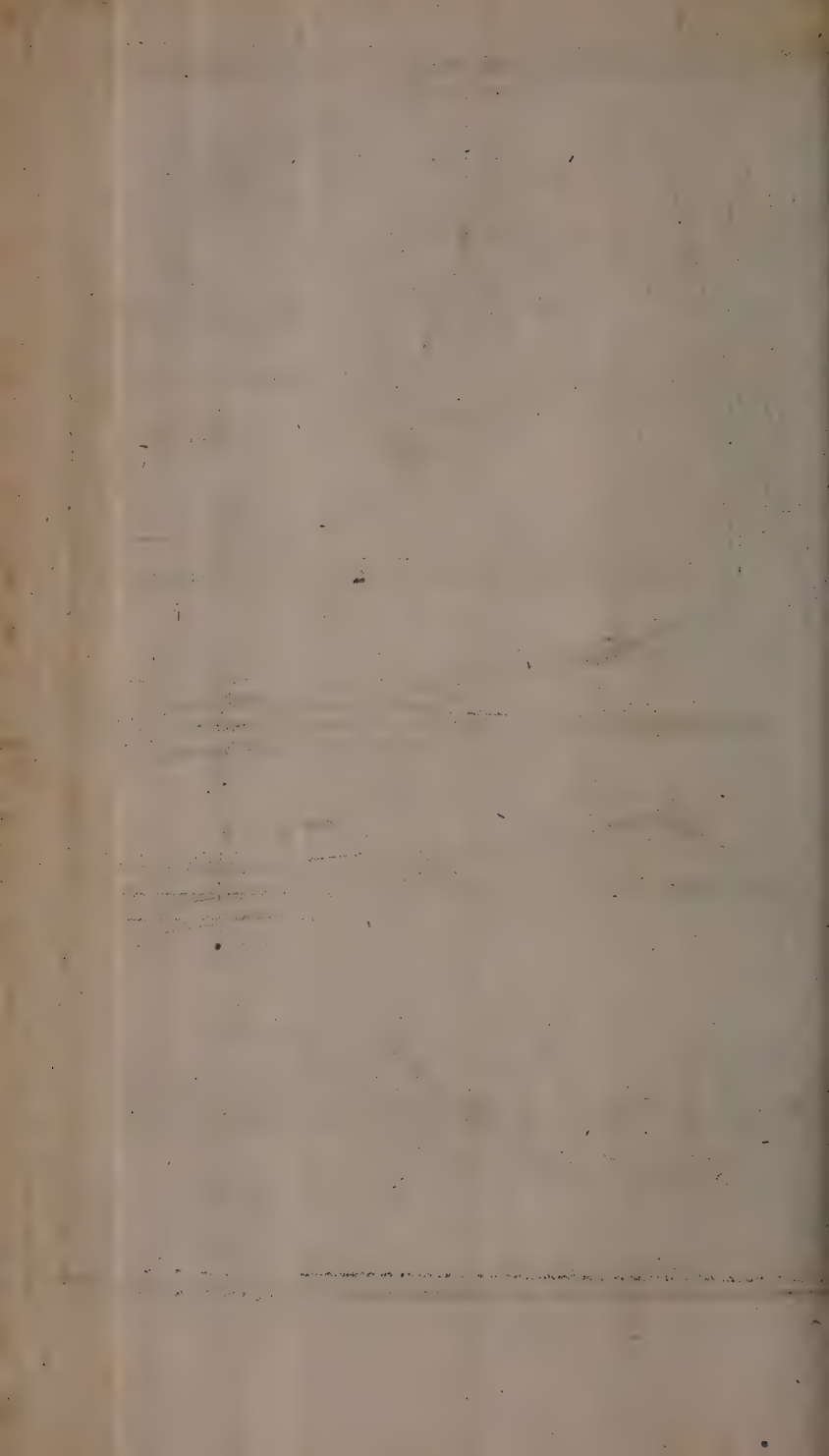
Registré sur le Registre XII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris , N. 430. Fol. 309. conformément au Règlement de 1723. qui fait défenses , article 4. à toutes personnes , de quelque qualité & condition qu'elles soient , autres que les Libraires & Imprimeurs de vendre , débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre , soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement ; à la charge de fournir à la susdite Chambre huit Exemplaires de chacun , prescrits par l'art. 108. du même Règlement. A Paris , le 5 Juin 1750. Signé, LE GRAS , Syndic.

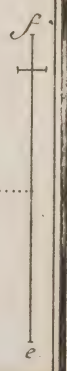
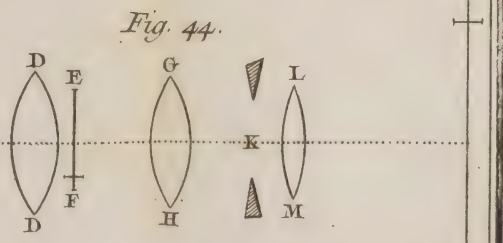
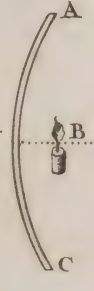
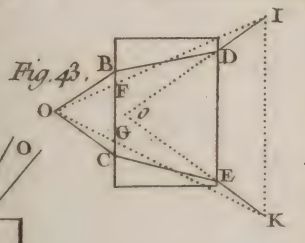
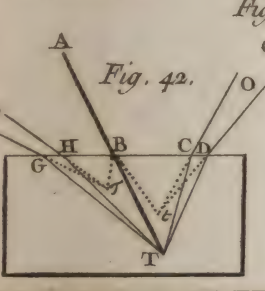
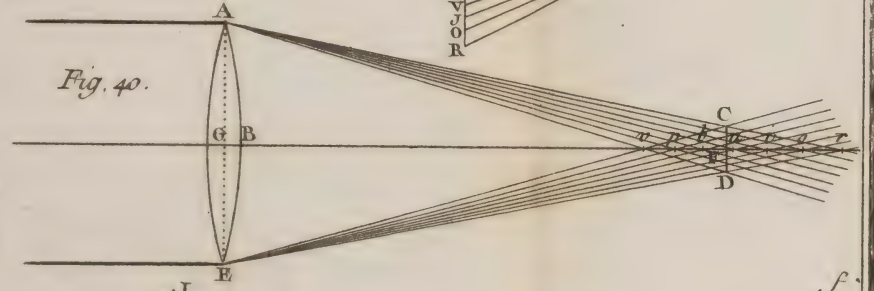
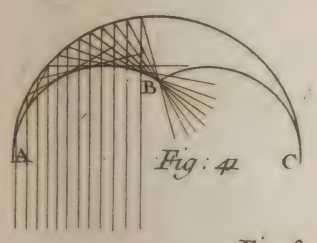
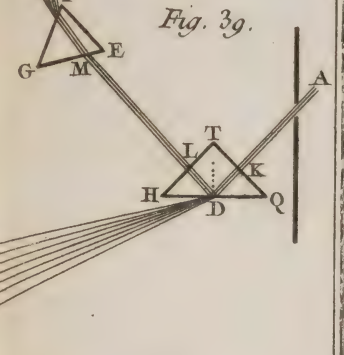
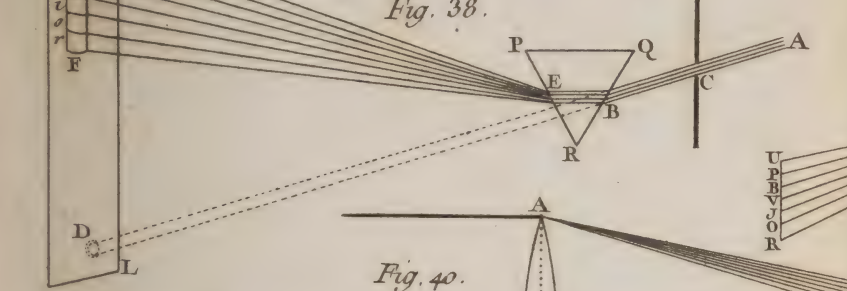
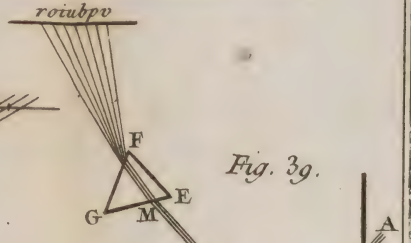
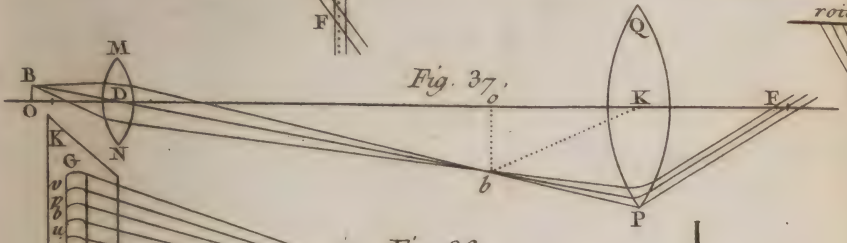
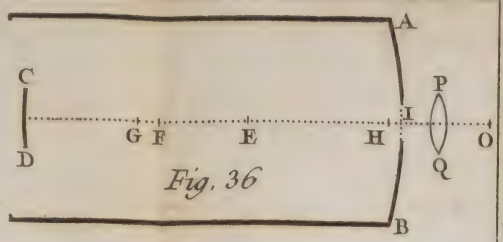
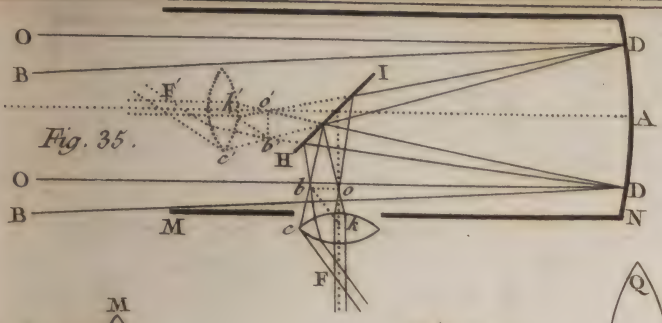


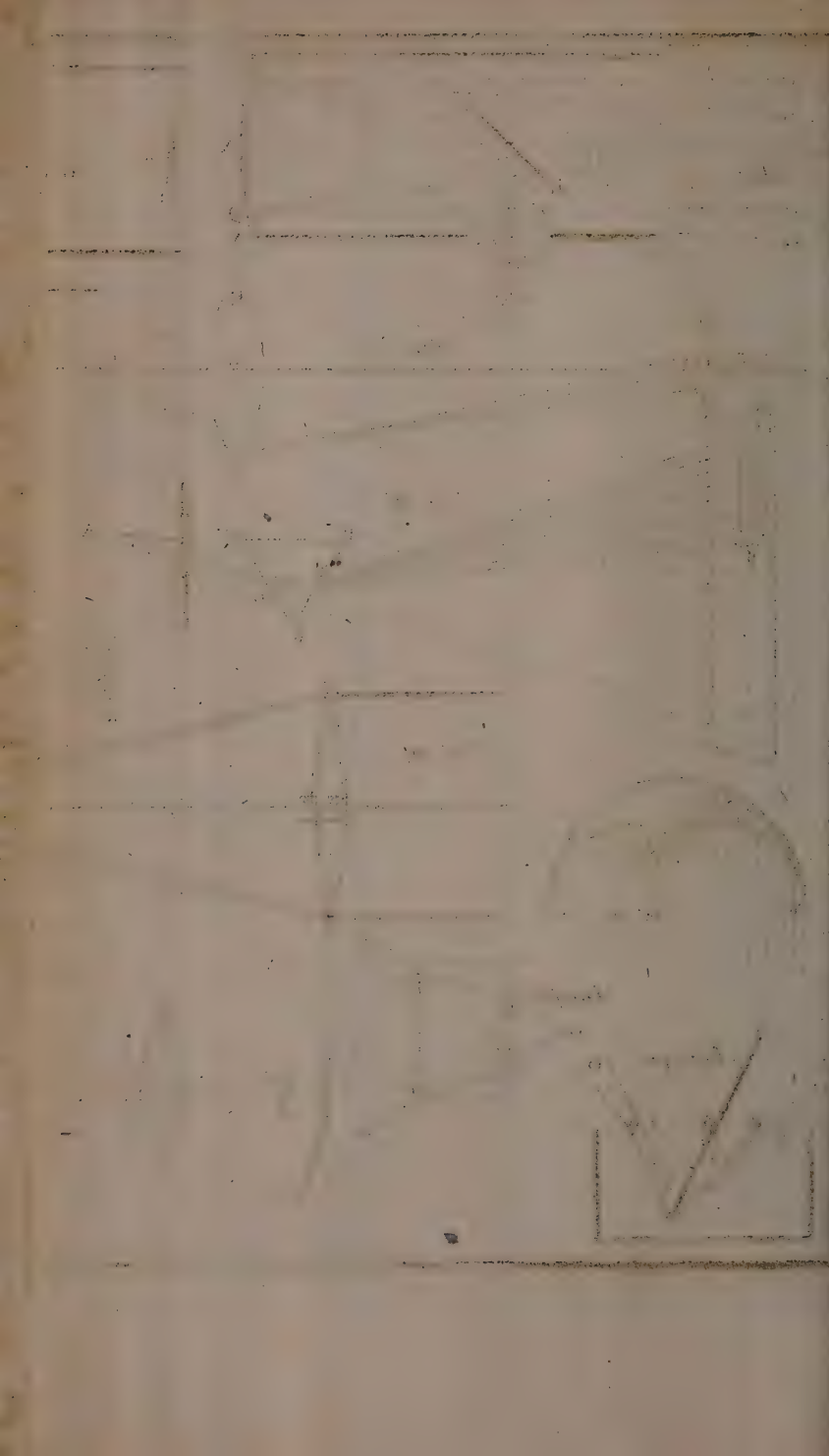












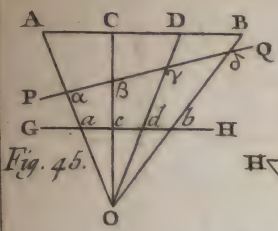


Fig. 45.

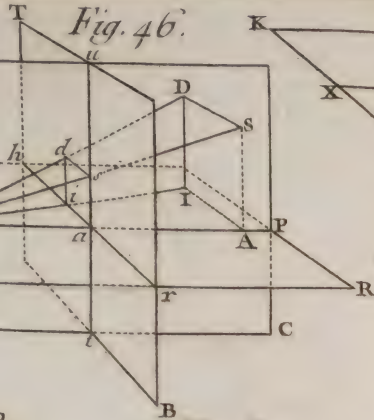


Fig. 46.

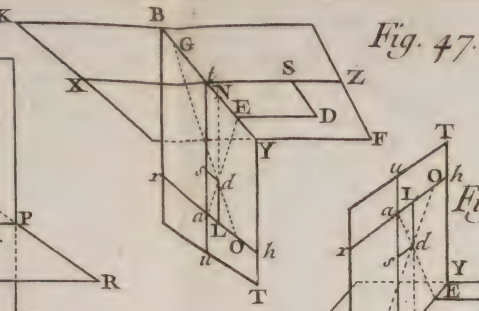


Fig. 47.

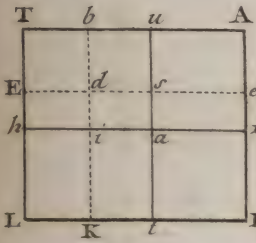


Fig. 49.

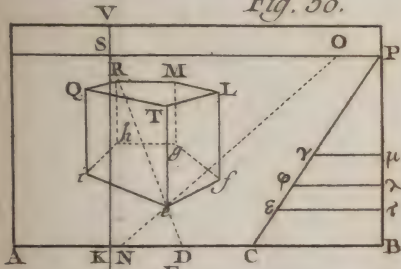


Fig. 50.

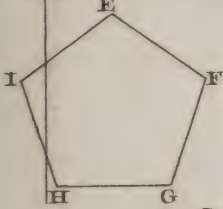


Fig. 53.

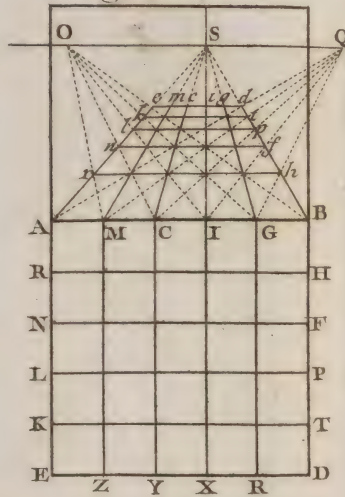


Fig. 51.

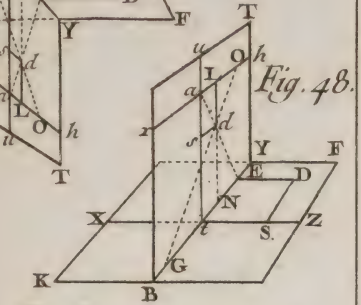


Fig. 48.

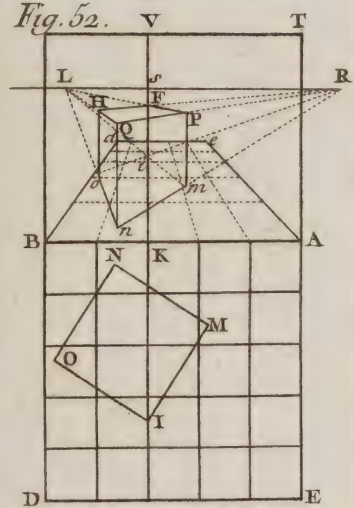


Fig. 52.

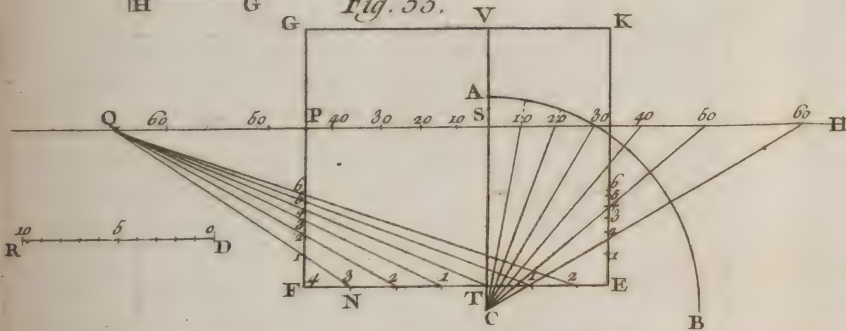
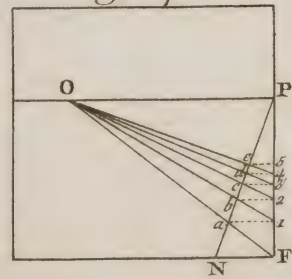


Fig. 54.



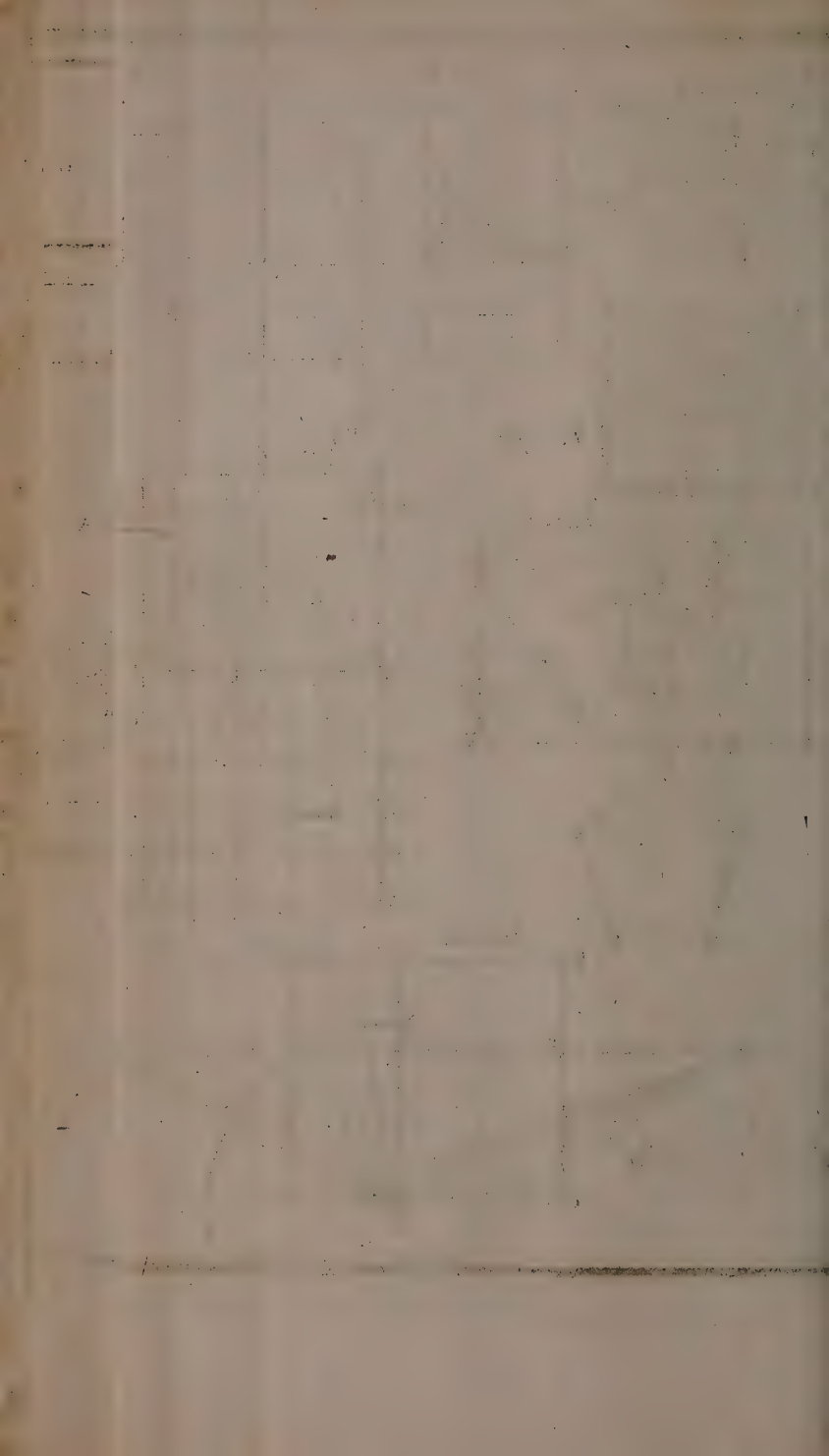


Fig. 55.

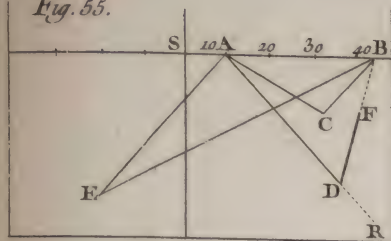


Fig. 56.

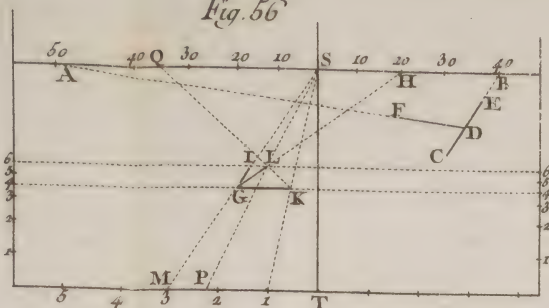


Fig. 57.

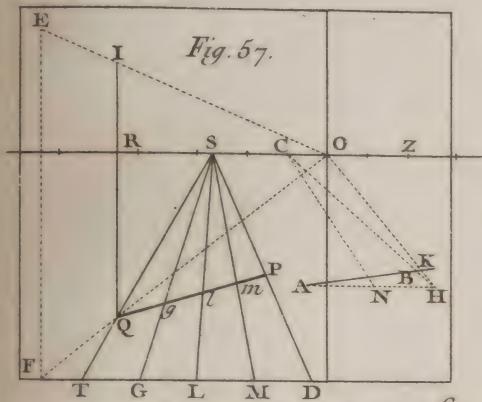


Fig. 58.

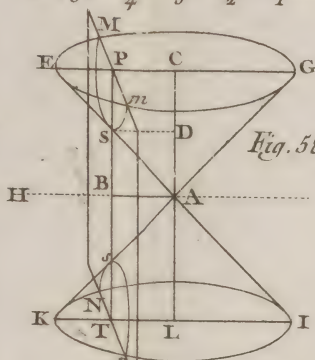


Fig. 59

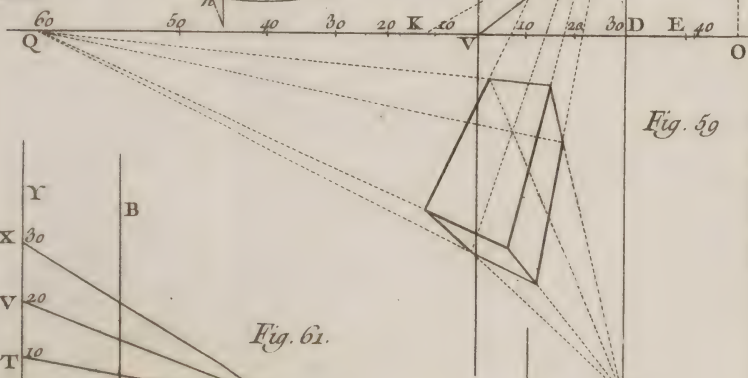


Fig. 61.

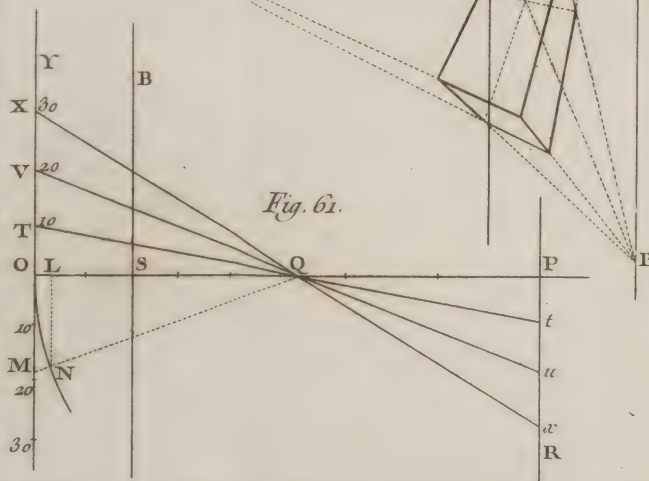
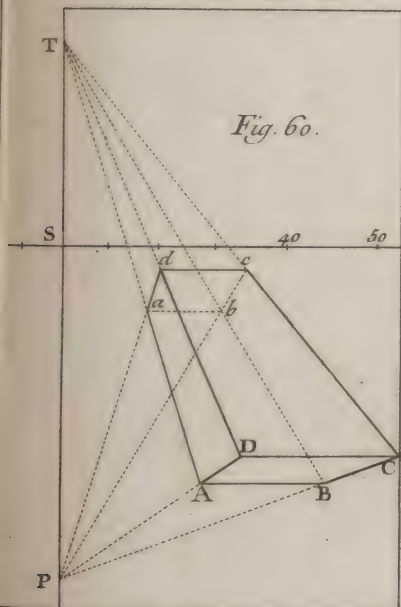


Fig. 60.



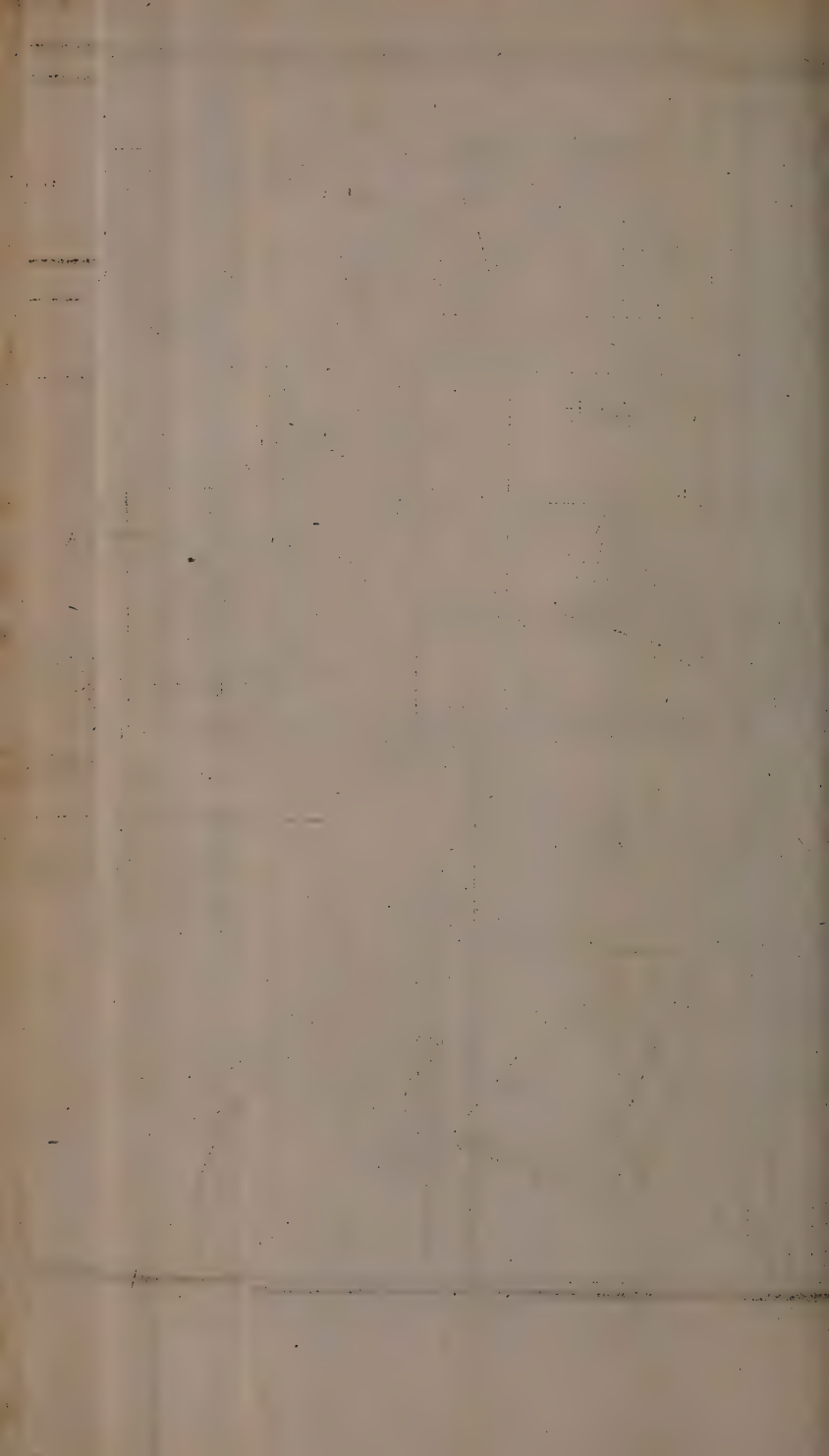


Fig. 62.

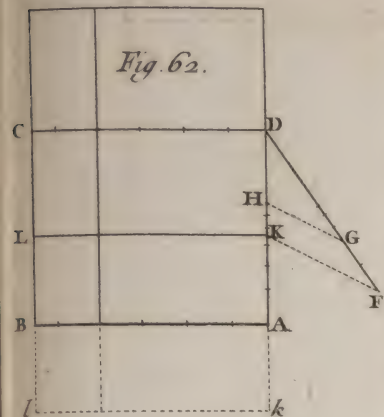


Fig. 63.

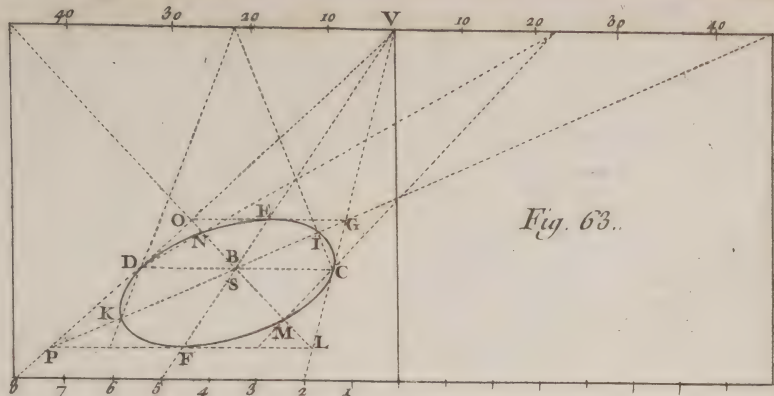


Fig. 64.



Fig. 65.

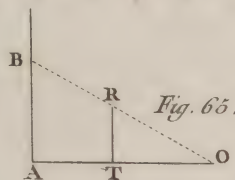


Fig. 67.

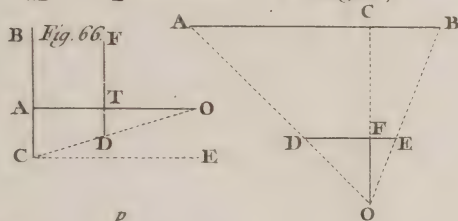


Fig. 68.

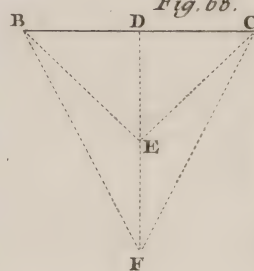


Fig. 69.

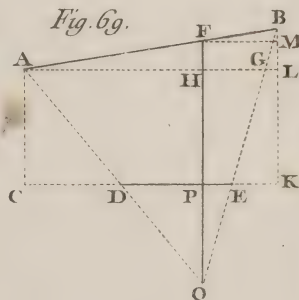


Fig. 70.

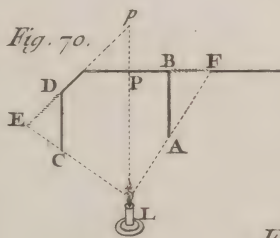


Fig. 71.

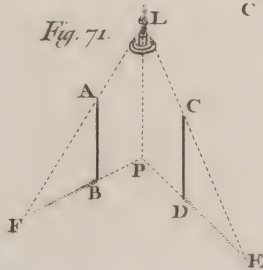
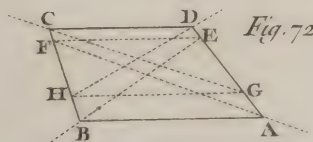
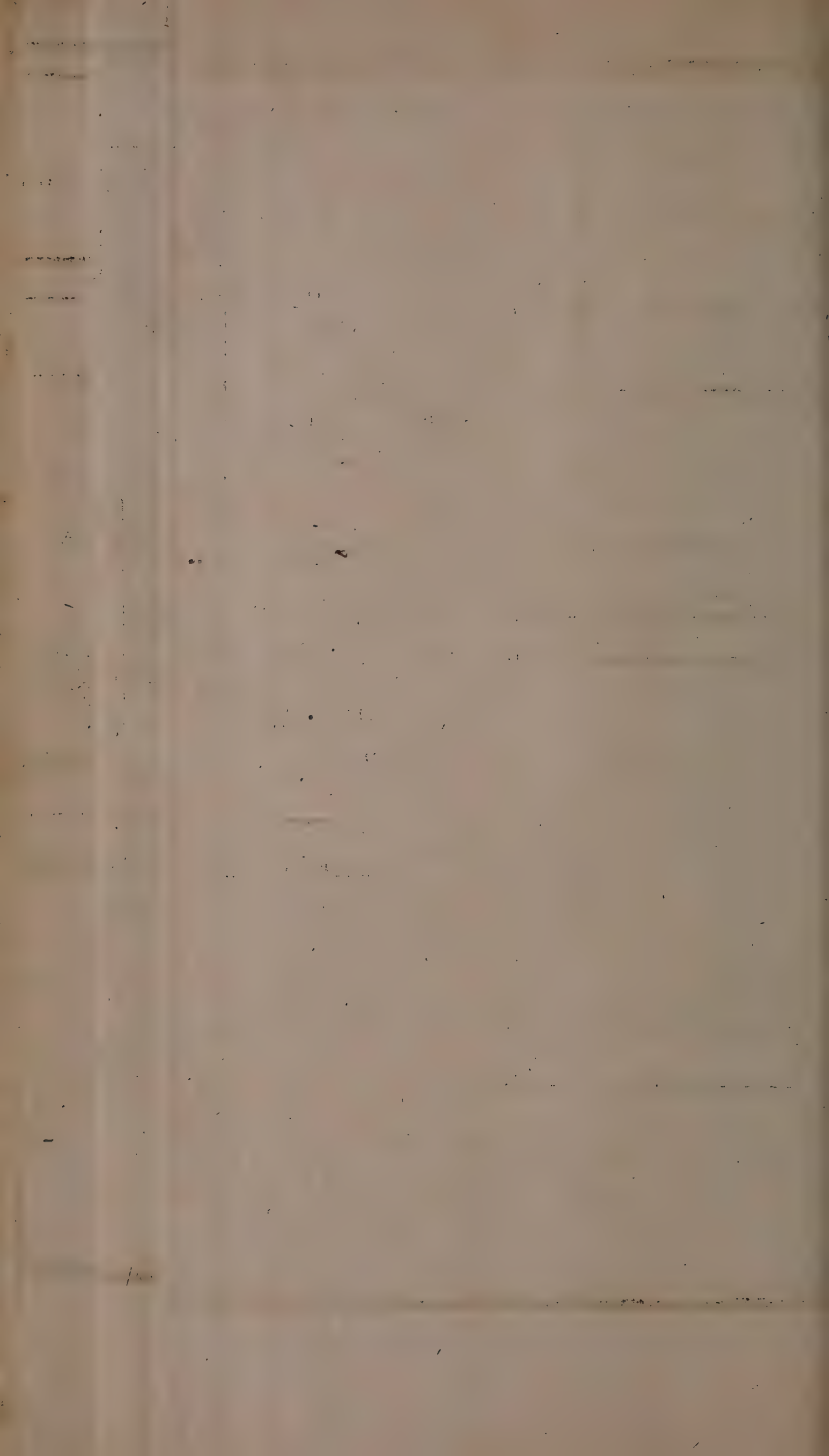
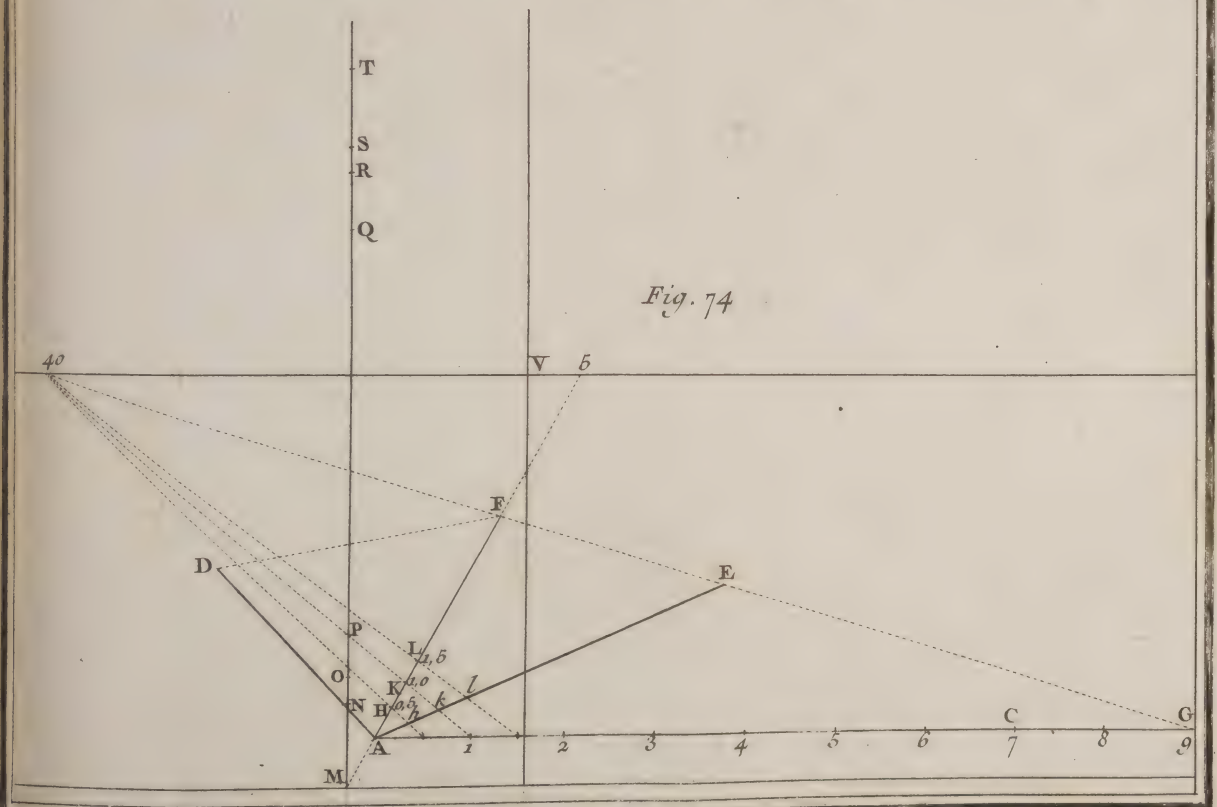
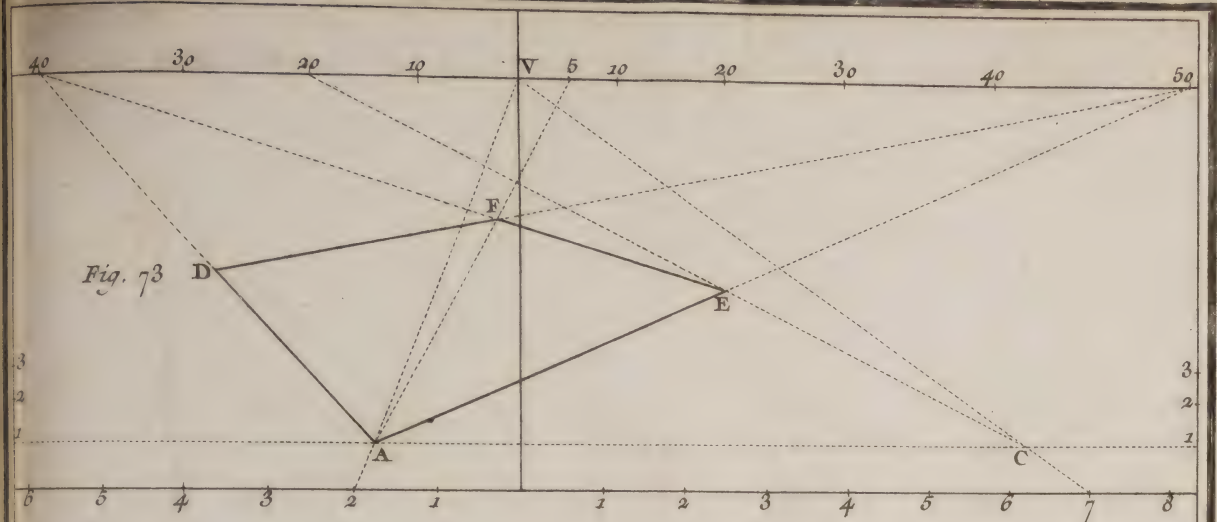
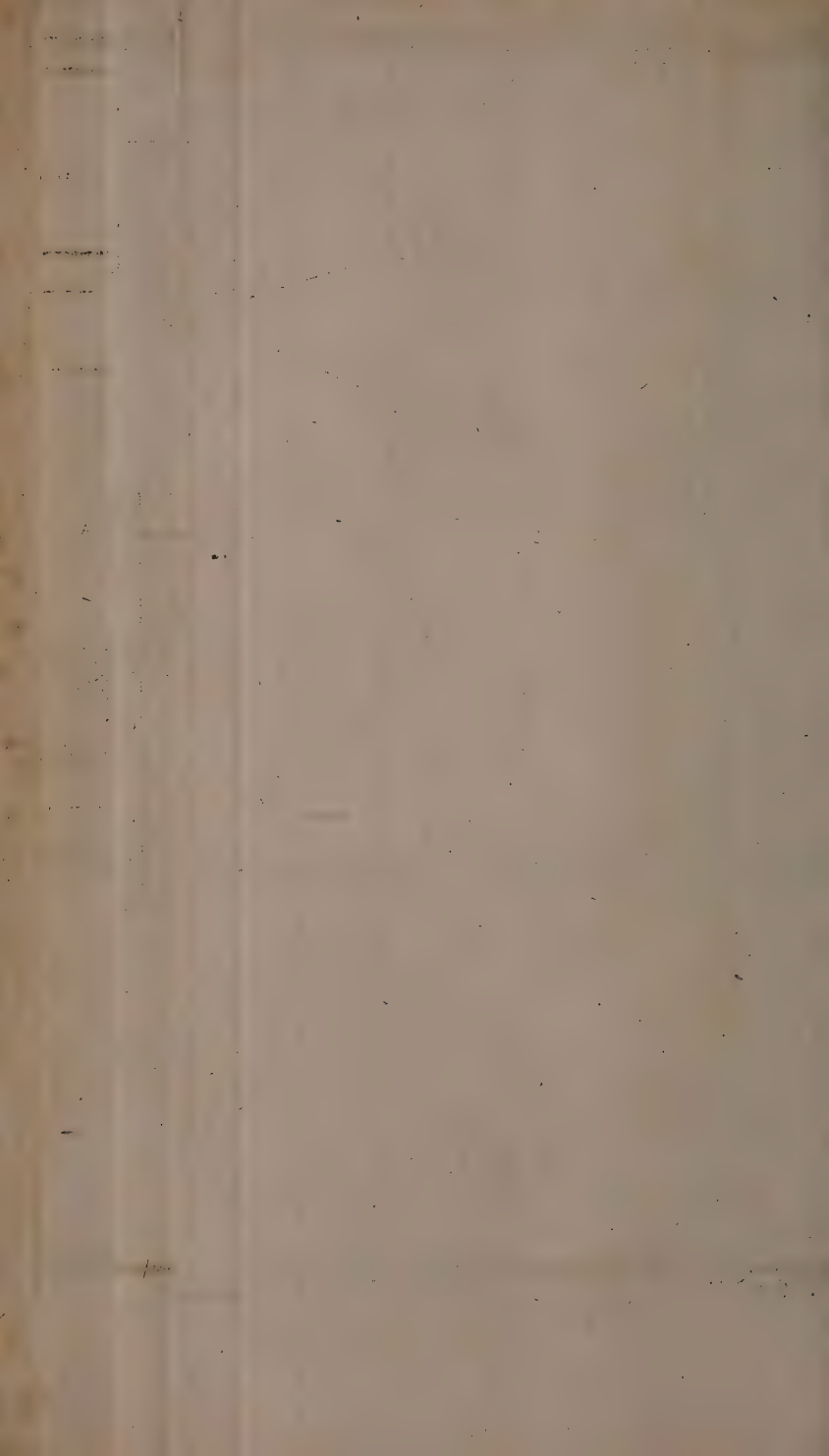


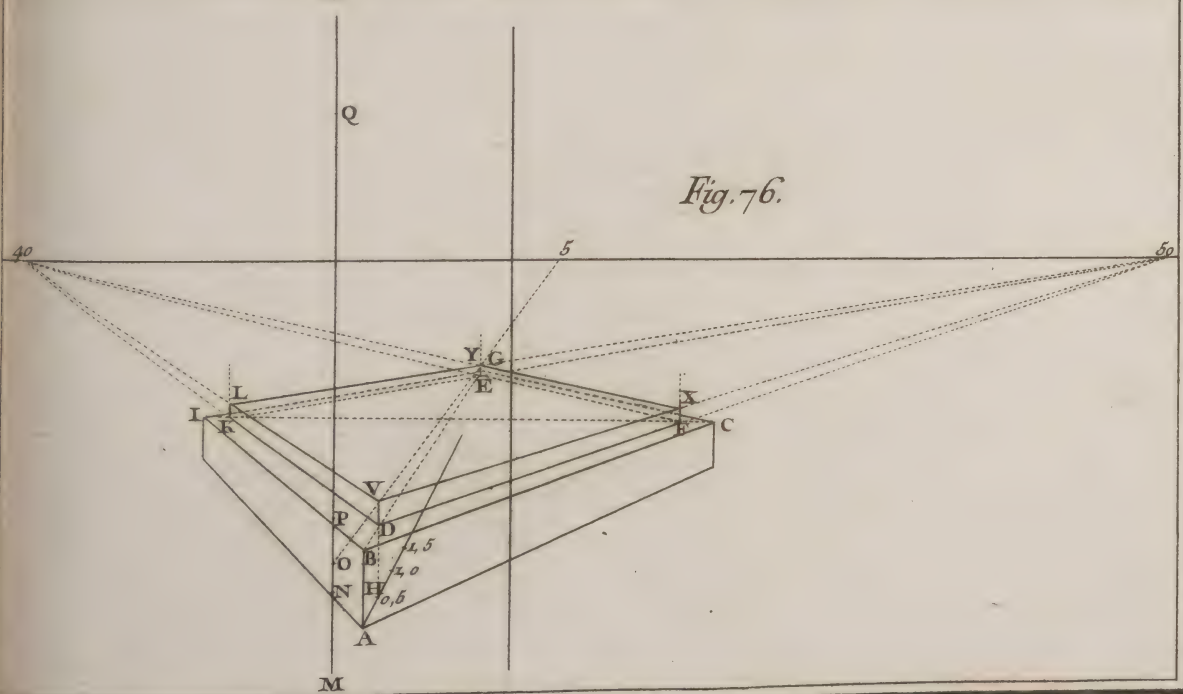
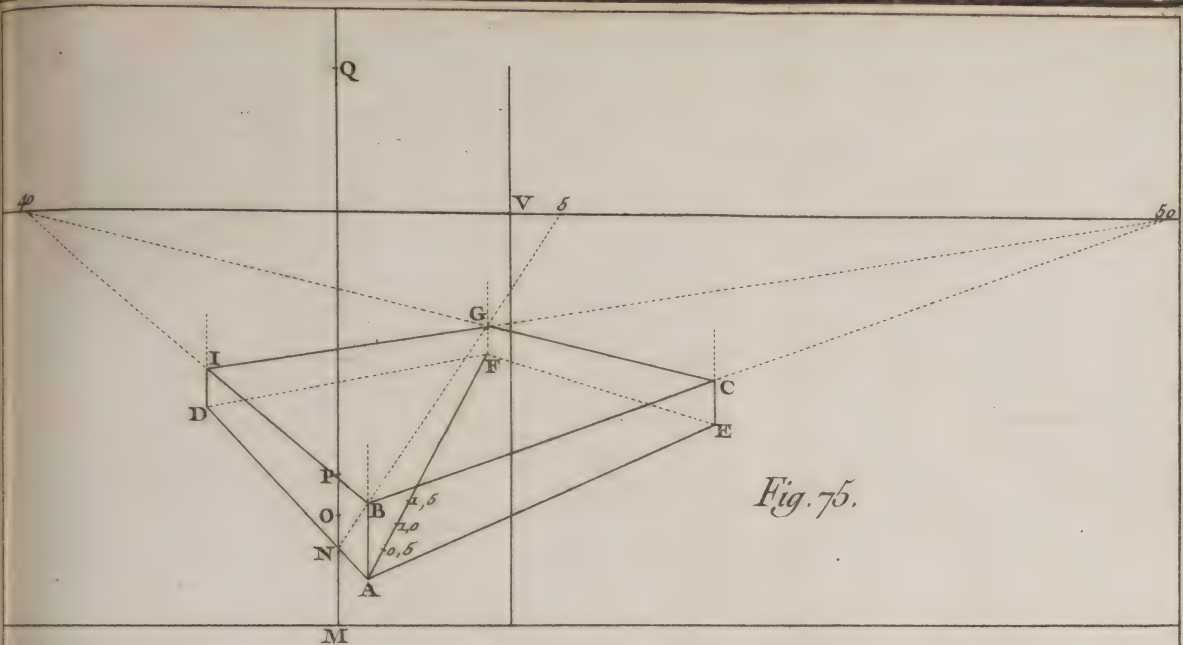
Fig. 72.

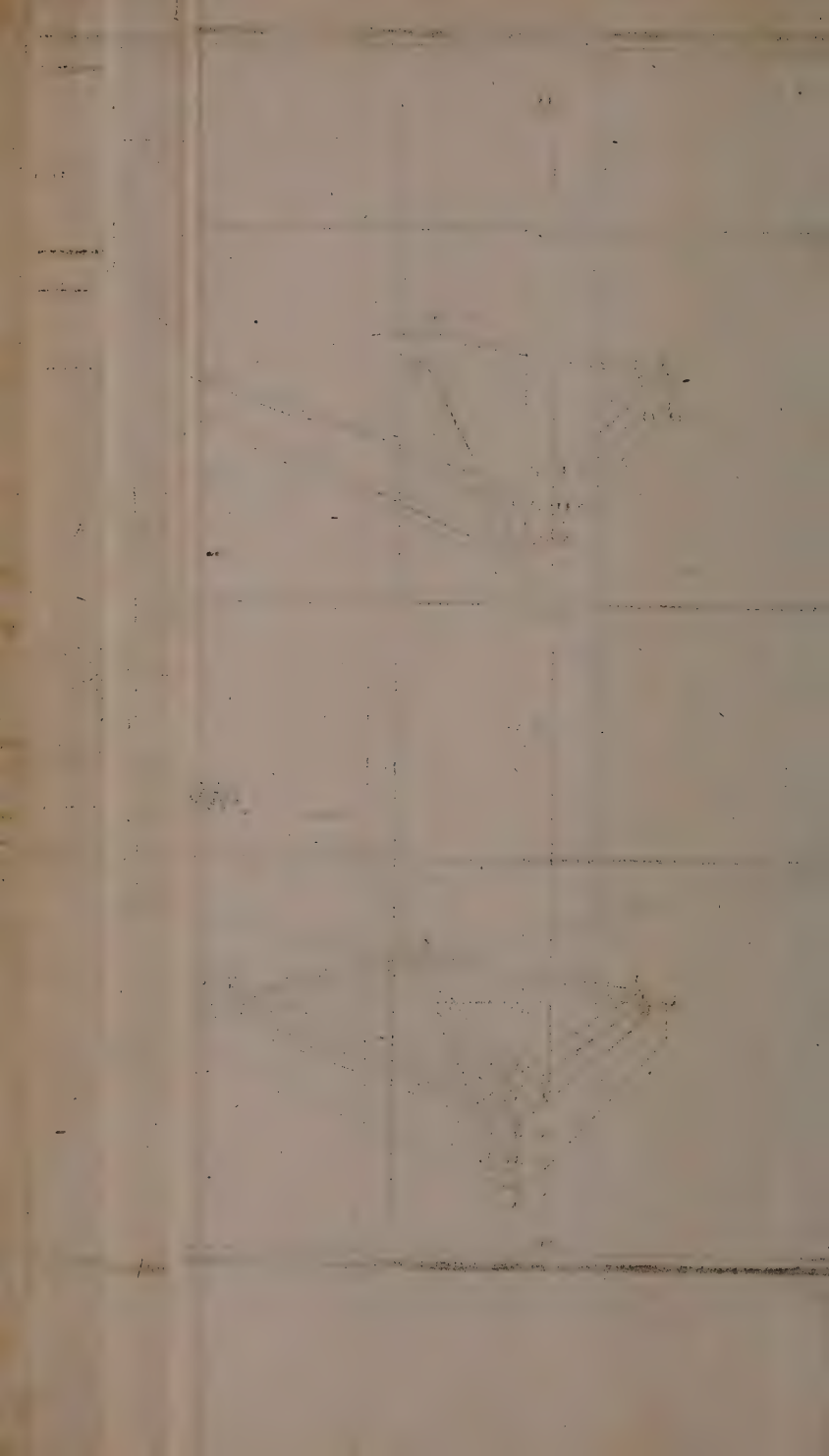


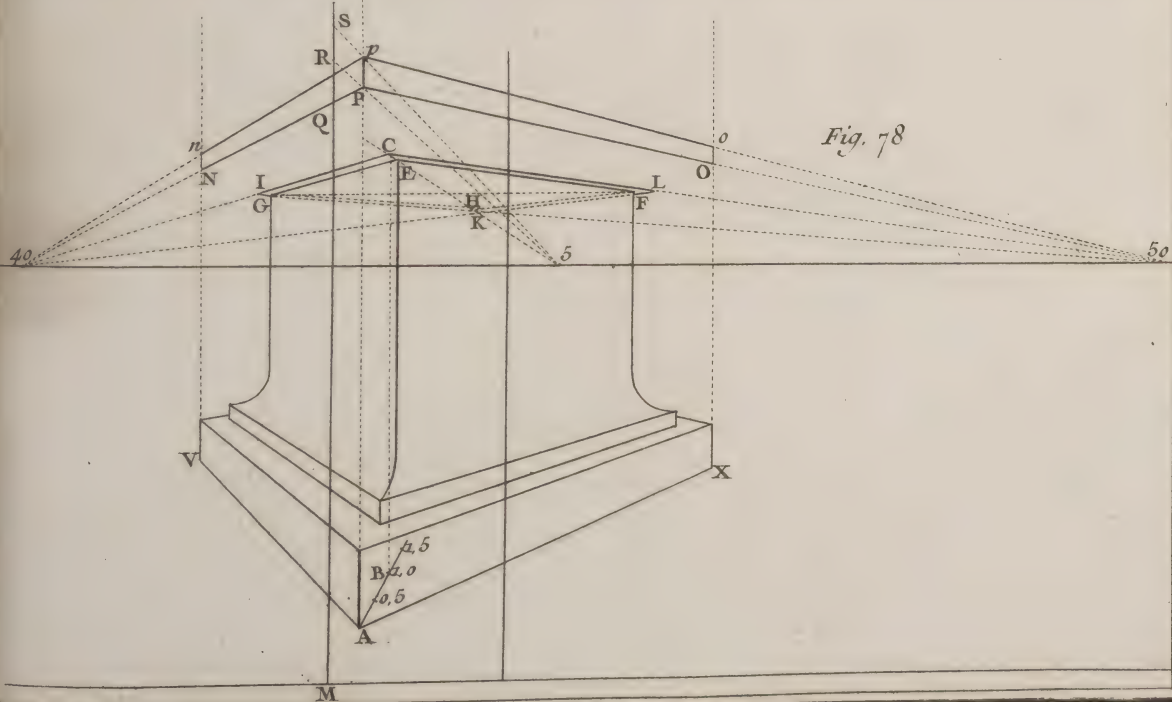
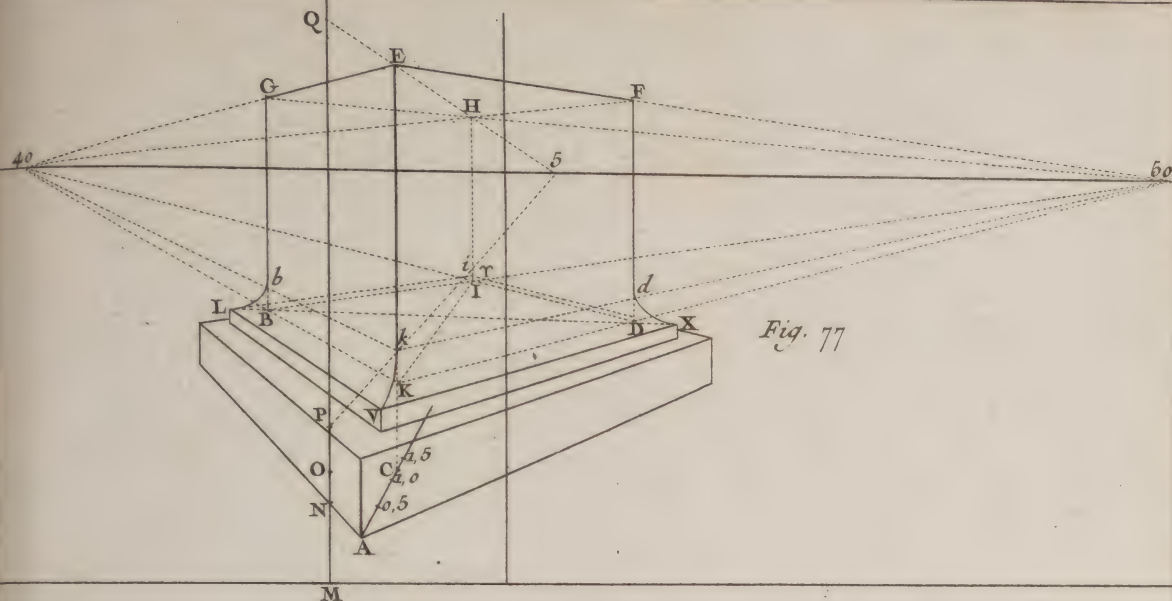












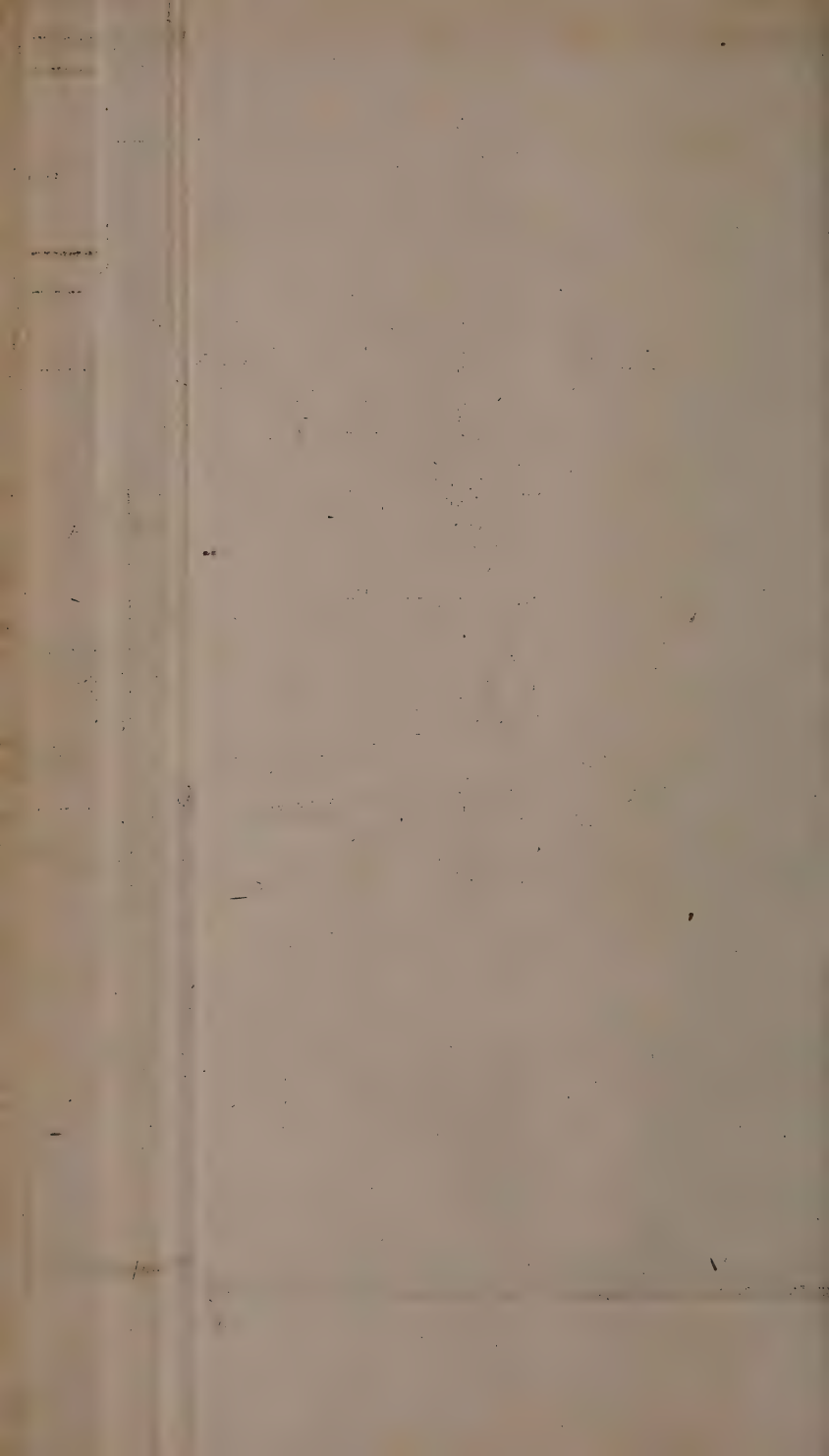
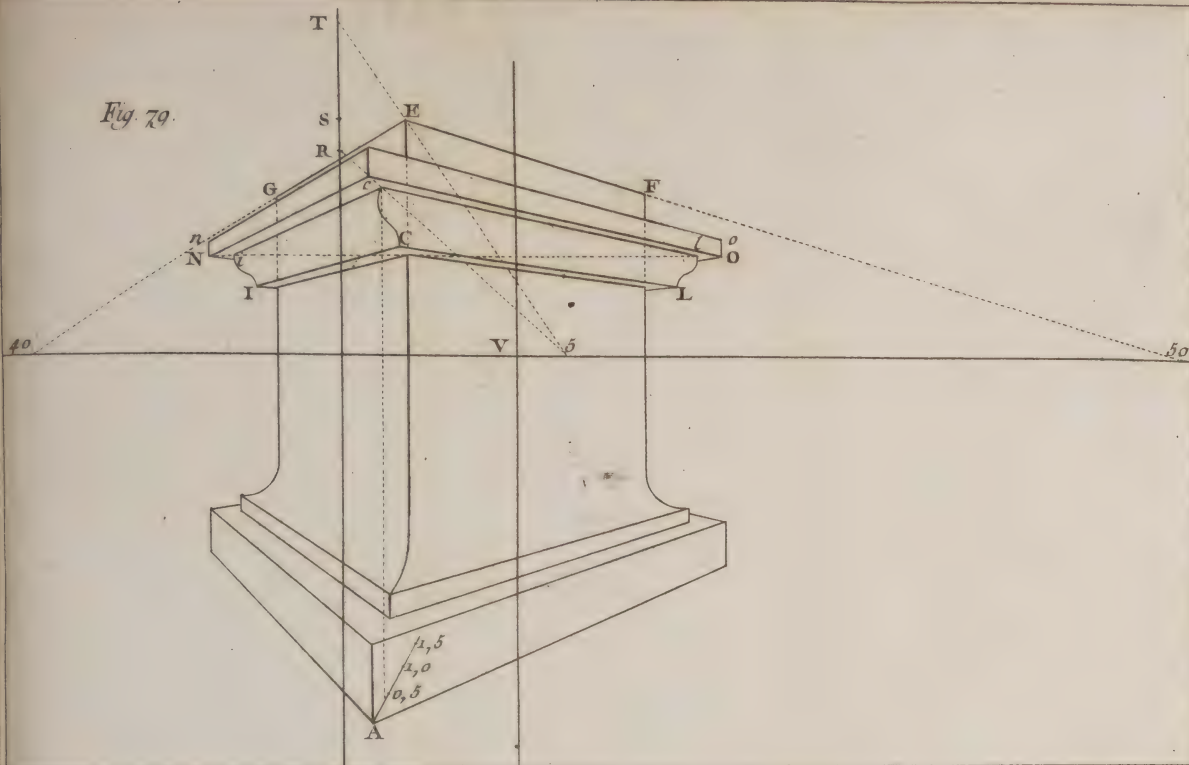


Fig. 79.



M

Fig. 80.

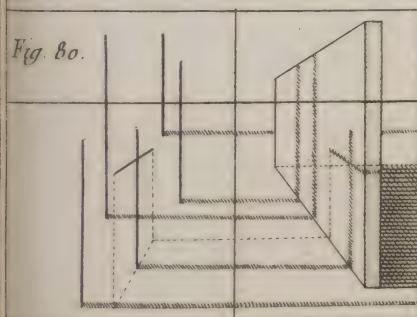


Fig. 81.

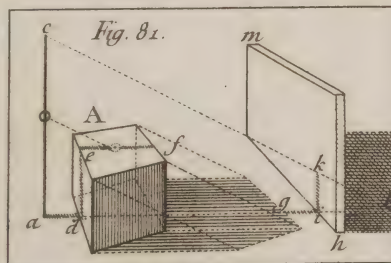


Fig. 82.

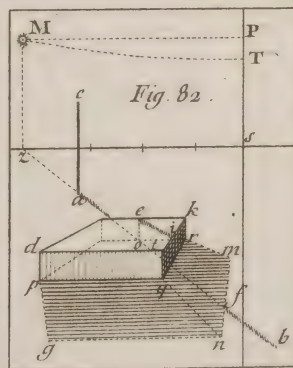


Fig. 83.

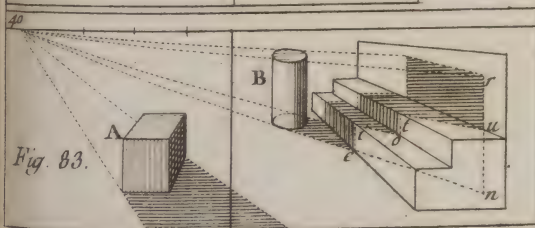


Fig. 84.

